

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»

Кафедра общей и технической физики

ФИЗИКА

ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Методические указания к расчетно-графическим работам для студентов бакалавриата направлений подготовки 210100 и 140400

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2015

УДК 531/534 (073)

ФИЗИКА. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА. Методические указания расчетно-графическим работам/ Национальный минерально-сырьевой университет «Горный» / сост. Ю.И. Кузьмин, Н.С. Пщелко. СПб, 2015. —32 с.

Приведены рекомендации к выполнению расчетно-графических работ, теоретические основы дисциплины, задания для работ, пример решения задачи, библиографический список.

Предназначены для студентов направления подготовки бакалавриата 210100 «Электроника и наноэлектроника» по профилю «Промышленная Электроника» и 140400 «Электроэнергетика и электротехника» Национального минерально-сырьевого университета «Горный».

Табл. 2. Ил. 6. Библ.: 8 назв.

Научный редактор: проф. *Н.С. Пщелко*.

© Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», 2015 г.

РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вопросы и задачи, содержащиеся в пособии, охватывают существенную часть курса физики твердого тела, входящего в спецкурсы физики: «физика конденсированного состояния» и «физические основы полупроводниковой электроники» и способствуют более глубокому усвоению теоретического материала данного раздела.

Выполнение расчетно-графической работы предполагает достаточно большой объем самостоятельной работы студента.

При выполнении расчетно-графической работы (РГР) по физике твердого тела необходимо оформить отчет в печатном виде на листах формата А4 следующего содержания.

1. Титульный лист – согласно правилам университета Горный.
2. Теоретические основы работы:
 - 2.1. Явление, изучаемое в РГР.
 - 2.2. Определение основных физических понятий, объектов, процессов и величин, касающихся данной работы.
3. Расчетная часть:
 - 3.1. Задание в соответствии с вариантом.
 - 3.2. Расчет с пояснениями.
 - 3.3. Графики.
4. Анализ результатов. Заключение.

При решении задачи необходимо:

а) сопровождать используемые при решении законы, уравнения и соотношения, пояснениями, мотивирующими решение;

б) представить результат в общем виде, т.е. преобразовать выражение для определяемой величины так, чтобы в него вошли лишь буквенные обозначения величин, заданных в формулировке задания и необходимые физические константы;

в) проверить размерность величин, полученных в результате решения;

г) выполнить необходимые вычисления, представить результат в Международной системе единиц и сформулировать полный ответ в соответствии с вопросами задания.

При построении графиков, указанных в задании, следует:

— представить таблицы с данными для построения графиков;

— указать аналитическое выражение функциональной зависимости, которую необходимо построить;

— указать на осях координат физические величины и единицы их измерения.

Анализ и выводы по результатам работы должны отражать суть изучаемого физического явления.

К защите допускаются студенты, подготовившие отчёт в соответствии с требованиями по пунктам 1–4 и сдавшие его на проверку в установленные сроки. После проверки преподавателем содержания отчета, при наличии ошибок и недочетов, работа возвращается студенту на доработку. При соблюдении всех требований к оформлению отчета, правильном выполнении задания и решения соответствующей задачи студенту назначается аудиторная защита.

Для успешной защиты отчета необходимо изучить теоретический материал по данной теме, а также освоить математический аппарат, необходимый для решения задачи расчетно-графической работы. Во время защиты студент должен уметь ответить на вопросы преподавателя в полном объеме теоретического и методического содержания данной расчетно-графической работы, уметь самостоятельно вывести необходимые расчётные формулы, выполнить анализ полученных зависимостей и прокомментировать полученные результаты.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

СОБСТВЕННЫЕ (БЕСПРИМЕСНЫЕ) ПОЛУПРОВОДНИКИ

К типичным полупроводникам относятся кремний (Si) и германий (Ge). Эти элементы принадлежат к IV группе Периодической системы элементов. На внешней оболочке их атомов находятся четыре валентных электрона. Ширина запрещенной зоны германия равна 0,72 эВ, кремния — 1,12 эВ. Кристаллическая решетка этих полупроводников имеет одинаковую тетраэдрическую структуру. Двумерная (плоскостная) модель кристаллической решетки имеет вид, показанный на рис.1, а (на примере германия).

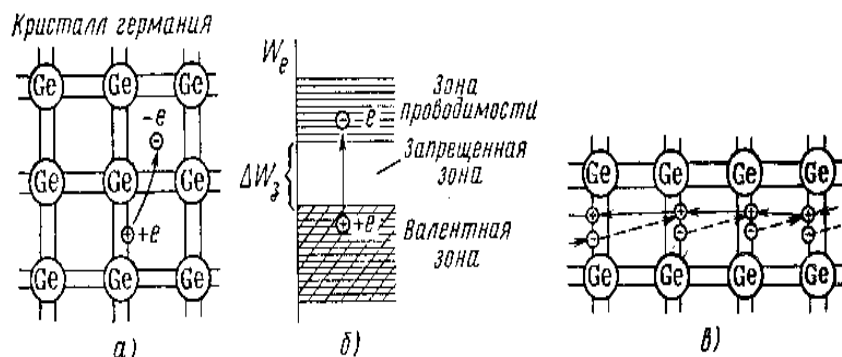


Рис. 1. Возникновение свободного электрона и дырки в кристалле полупроводника (а) и отражение этого процесса на энергетической диаграмме (б); схема движения дырки в кристалле полупроводника (в).

В отсутствие структурных дефектов и при $T = 0$ К четыре валентных электрона внешней электронной оболочки каждого атома участвуют в так называемых парноэлектронных или кова-

лентных связях с соседними атомами. Эти связи характеризуются перекрытиями внешней электронной оболочки каждого атома с внешними электронными оболочками рядом расположенных четырех атомов кристалла. При таком перекрытии каждые два электрона принадлежат двум соседним атомам и все четыре электрона внешней оболочки атома участвуют в создании парноэлектронных связей с четырьмя соседними атомами. Парноэлектронные связи показаны на рис. 1, *a* в виде двух параллельных линий, связывающих атомы, расположенные в соседних узлах кристаллической решетки.

Участие всех электронов атомов кристалла в создании ковалентных связей между атомами свидетельствует о нахождении электронов на уровнях энергии валентной зоны (рис. 1, *б*). Повышение температуры кристалла вызывает увеличение энергии фононов. При некоторой температуре энергия фонона становится достаточной для освобождения электрона от связей с атомами кристаллической решетки. Валентный электрон освобождается от связей и становится свободным (рис. 1, *a*). Освобождение электрона от связей с атомами соответствует на энергетической диаграмме (рис. 1, *б*). Свободный электрон способен изменять свою энергию и перемещаться между узлами кристаллической решетки под воздействием электрического поля, т.е. участвовать в создании тока.

Образование свободного электрона сопровождается разрывом ковалентной связи между атомами и появлением в месте разрыва так называемой дырки (рис. 1, *a*). Отсутствие электрона в ковалентной связи равносильно появлению в данном месте положительного заряда, который и приписывают дырке. На энергетической диаграмме (рис. 1, *б*) образование дырки после перехода электрона в зону проводимости отождествляют с появлением вакантного уровня энергии в валентной зоне, позволяющего электронам валентной зоны (находящимся в ковалентных связях с атомами) изменять энергию под воздействием электрического поля, т.е. перемещаться в кристалле от атома к атому и участвовать в создании тока.

Фактическое перемещение валентных электронов под воздействием внешнего электрического поля при их последовательном заполнении образовавшегося разрыва ковалентной связи формально может быть заменено движением дырки между узлами кристаллической решетки в противоположном направлении. Действительно, валентный электрон, получив необходимую энергию, заполняет (компенсирует) дырку с приближением к ней. Дырка исчезает, и восстанавливается ковалентная связь у данного атома, но возникает новая дырка в той ковалентной связи, откуда ушел электрон. Исчезновение дырки в одном месте кристалла и ее появление в другом учитывают (условно) как движение дырки (рис.1, в).

Важность учета движения дырок как самостоятельных носителей заряда обуславливается различием в подвижностях свободных электронов и валентных электронов, перемещающихся по вакантным уровням энергии.

При температуре выше абсолютного нуля переход из валентной зоны в зону проводимости возможен у многих электронов. В результате этого процесса, получившего название термогенерации носителей заряда, в полупроводнике создается некоторая концентрация электронов n_i в свободной зоне и равная ей концентрация дырок p_i в валентной зоне (индекс i означает, что речь идет о чистых, беспримесных полупроводниках; при этом n_i , p_i называют собственными концентрациями носителей заряда в полупроводнике). Концентрация носителей заряда зависит от температуры кристалла, ширины запрещенной зоны и определяется зависимостью

$$n_i = p_i = A e^{-\frac{\Delta W_3}{2kT}} \quad (1)$$

где A — коэффициент, числовое значение которого зависит от рода кристалла; k — $1,37 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура.

Из выражения (1) следует, что концентрация носителей заряда в полупроводнике и его электрическая проводимость уве-

личиваются с повышением температуры и уменьшаются с ростом ширины запрещенной зоны.

Электроны и дырки являются подвижными частицами. Постоянство их концентрации при неизменной температуре обуславливается тем, что в любом элементе объема полупроводника одновременно действуют два процесса: термогенерация носителей заряда, а также исчезновение электронов и дырок за счет возвращения электронов из зоны проводимости на вакантные уровни валентной зоны (рекомбинация носителей заряда). Соответствующая концентрация устанавливается из условия динамического равновесия, при котором число вновь возникающих носителей заряда равно количеству рекомбинирующих носителей.

ПРИМЕСНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

При производстве полупроводниковых приборов помимо чистых полупроводников, в частности чистых германия и кремния, являющихся исходными материалами, используют примесные полупроводники.

Введение примеси связано с необходимостью создания в полупроводнике преимущественно электронной либо дырочной электропроводности и увеличения электрической проводимости. В связи с этим различают соответственно электронные (*n*-типа) и дырочные (*p*-типа) полупроводники.

Для получения полупроводника с электропроводностью *n*-типа в чистый полупроводник вводят примесь, создающую в полупроводнике только свободные электроны. Вводимая примесь является «поставщиком» электронов, в связи с чем ее называют донорной. Для германия и кремния, относящихся к IV группе Периодической системы элементов, донорной примесью служат элементы V группы (сурьма, фосфор мышьяк), атомы, которых имеют, пять валентных электронов.

При внесении такой примеси атомы примеси замещают атомы исходного полупроводника в отдельных узлах кристаллической решетки (рис. 2, *a*). Четыре электрона каждого атома донорной примеси участвуют в ковалентной связи с соседними

атомами исходного материала, а пятый («избыточный») электрон, не участвующий в ковалентной связи, оказывается значительно слабее связанным со своим атомом. Для того чтобы оторвать его от атома и превратить в свободный носитель заряда, требуется значительно меньшее количество энергии, чем для освобождения электрона из ковалентной связи. В результате приобретения такой энергии (например, энергии фонона при комнатной температуре кристалла) «избыточный» электрон покидает атом и становится свободным, а атом примеси превращается в положительный ион (ионизация атома примеси). В условиях достаточно большой концентрации атомов примеси их ионизация создает некоторую концентрацию в кристалле полупроводника свободных электронов и неподвижных положительных ионов, локализованных в местах расположения атомов примеси. Слой полупроводника остается электрически нейтральным, если освобожденные электроны не уходят за пределы слоя. При уходе электронов под воздействием каких-либо факторов в другие слои кристалла оставшиеся положительные ионы донорной примеси создают в данном слое нескомпенсированный положительный объемный заряд.

На энергетической диаграмме полупроводника n -типа (рис.2, б) вводимая примесь приводит к появлению в запрещенной зоне вблизи зоны проводимости близко расположенных друг от друга локальных валентных уровней энергии, заполненных электронами при температуре абсолютного нуля. Число локальных уровней определяется количеством атомов примеси в кристалле. На рис.2, б локальные уровни показаны пунктиром. Так как ширина ΔW_d мала (в зависимости от типа исходного полупроводника и материала донорной примеси $\Delta W_d = 0,01 \div 0,07$ эВ), при комнатной температуре практически все электроны донорных уровней перейдут в зону проводимости и смогут участвовать в создании тока.

Концентрация электронов в зоне проводимости (свободных электронов) при этом определяется преимущественно концентрацией введенной примеси N_d , а не собственными электронами валентной зоны, преодолевающими широкую запрещенную

зону ΔW_3 . В соответствии с этим концентрация электронов n_n в полупроводнике n -типа существенно выше концентрации дырок p_n , образующейся в результате перехода электронов из валентной зоны в зону проводимости.

Можно считать, что в полупроводнике n -типа ток создается в основном электронами. Другими словами, электроны в этом случае являются основными носителями заряда, а дырки — неосновными.

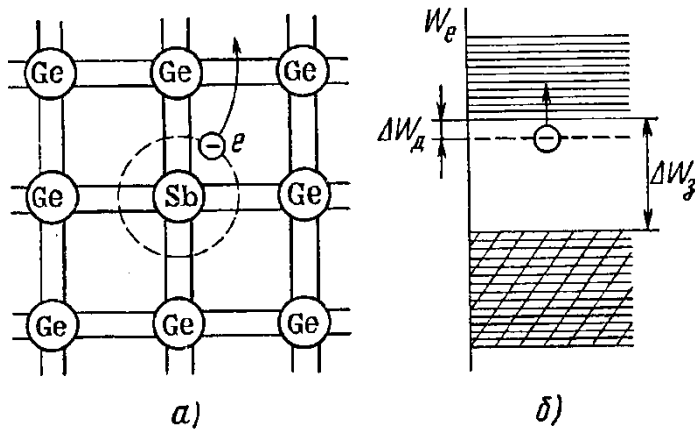


Рис. 2. Возникновение свободного электрона в кристалле полупроводника n -типа (а) и отражение этого процесса на энергетической диаграмме (б).

В полупроводниках p -типа введение примеси направлено на повышение концентрации дырок. Задача решается использованием в качестве примеси элементов III группы Периодической системы (индий, галлий, алюминий, бор), атомы которых имеют по три валентных электрона. При наличии такой примеси каждый ее атом образует только три заполненные ковалентные связи с соседними атомами исходного полупроводника в кристаллической решетке (рис. 2, а). Четвертая связь остается незаполненной.

Недостающий валентный электрон для заполнения связи принимается от одного из соседних атомов кристаллической ре-

шетки, так как требуемая для такого перехода энергия невелика. Переход электрона приводит к образованию дырки в ковалентной связи соседнего атома, откуда ушел электрон, и превращению атома примеси в неподвижный отрицательный ион. В результате за счет примеси достигается повышение концентрации дырок в полупроводнике. Атомы примеси, принимающие валентные электроны соседних атомов, называют акцепторными, а саму примесь — акцепторной.

В условиях достаточно большой концентрации атомов акцепторной примеси в кристалле полупроводника создается некоторая концентрация дырок и отрицательных ионов. Пока число дырок в данном слое полупроводника остается равным числу отрицательных ионов в нем, в слое сохраняется зарядная нейтральность. Если вошедшие из других слоев электроны заполняют некоторое число существующих дефектов валентной связи (рекомбинация электронов с дырками), в данном слое появится нескомпенсированный отрицательный объемный заряд, создаваемый ионами акцепторной примеси.

Рассмотрим процесс образования дырок в полупроводнике *p*-типа, исходя из его энергетической диаграммы. При наличии акцепторной примеси в запрещенной зоне энергетической диаграммы исходного полупроводника вблизи валентной зоны появляются локальные уровни энергии, свободные от электронов при температуре абсолютного нуля (рис.3, б). Число локальных уровней определяется концентрацией атомов примеси в кристалле. Так как разность ΔW_a между энергией акцепторных уровней и энергией верхнего уровня валентной зоны мала (в зависимости от типа полупроводника и материала акцепторной примеси $\Delta W_a = 0,01 \div 0,07$ эВ), то при комнатной температуре все акцепторные уровни будут заняты электронами, перешедшими из валентной зоны. В валентной зоне появится большая концентрация дырок.

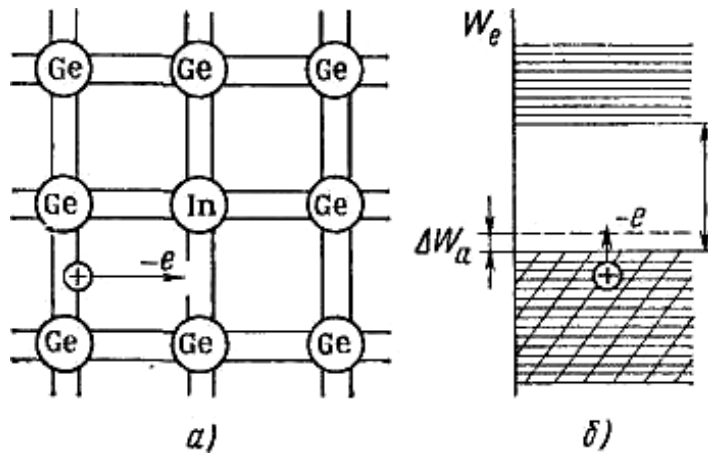


Рис. 3. Возникновение дырки в кристалле полупроводника p -типа (a) и отражение этого процесса на энергетической диаграмме (b).

Концентрация дырок в валентной зоне при этом определяется преимущественно концентрацией внесенной акцепторной примеси N_a , а не дырками, возникающими при термогенерации носителей заряда за счет преодоления валентными электронами широкой запрещенной зоны ΔW_z . В соответствии с этим концентрация дырок p_p в полупроводнике p -типа существенно больше концентрации свободных электронов n_p . По этой причине ток в дырочном полупроводнике переносится в основном дырками. Дырки в этом случае являются основными носителями заряда, а электроны — неосновными носителями заряда.

Таким образом, в примесных полупроводниках концентрации основных носителей заряда (n_n — электронного полупроводника и p_p — дырочного полупроводника) создаются за счет внесения примеси, а концентрации неосновных носителей заряда (p_n , n_p — соответственно электронного и дырочного полупроводников) — за счет термогенерации носителей заряда, связанной с переходом электронов из валентной зоны в зону проводимости. Необходимая примесь вносится в количестве, при котором кон-

центрация основных носителей заряда существенно (на два-три порядка) превышает концентрацию неосновных носителей заряда. В зависимости от концентрации введенной примеси удельная проводимость примесного полупроводника возрастает по сравнению с чистым полупроводником в десятки и сотни тысяч раз.

Характерной особенностью полупроводников рассматриваемых типов является то, что произведение концентраций основных и неосновных носителей заряда при данной температуре является постоянной величиной и определяется соотношением

$$n_n p_n = p_p n_p = p_i n_i = A^2 e^{\frac{\Delta W_3}{kT}}, \quad (2)$$

где $n_i = p_i$ — собственные концентрации носителей заряда в чистом полупроводнике.

В соответствии с выражением концентрация неосновных носителей заряда в примесном полупроводнике меньше концентрации собственных носителей заряда в чистом полупроводнике. Это связано с тем, что с увеличением концентрации основных носителей заряда возрастает роль рекомбинаций, вследствие чего концентрация неосновных носителей заряда уменьшается. Равновесие достигается, когда при данной температуре произведение концентрации носителей заряда в примесном полупроводнике становится равным произведению концентрации носителей заряда в чистом полупроводнике.

Зависимость концентрации носителей заряда от температуры накладывает ограничения на температурный диапазон применения полупроводниковых приборов. Рабочий диапазон температур характеризуется существенным превышением в примесных полупроводниках концентрации основных носителей заряда над неосновными $n_n \gg p_n$ и $p_p \gg n_p$ при концентрации основных носителей заряда, близкой к концентрации внесенной примеси:

$$n_n \approx N_d \text{ и } p_p \approx N_a.$$

При температурах, превышающих верхний температурный предел, причиной нарушения условия $n_n \gg p_n$ и $p_p \gg n_p$ является повышение роли концентрации носителей заряда, создаваемых в кристалле при термогенерации за счет преодоления валентными электронами запрещенной зоны ΔW_3 . При этом может оказаться, что концентрация носителей заряда и электрическая проводимость в полупроводнике будут определяться не концентрацией внесенной примеси, а концентрацией собственных носителей заряда — электронов и дырок (вырождение примесного полупроводника в собственный полупроводник). Верхний температурный предел зависит от ширины запрещенной зоны полупроводника и составляет для германия 75 – 85°C, а для кремния 150 – 170°C. В этом проявляется существенное преимущество кремния как материала для полупроводниковых приборов.

При температуре ниже рабочего диапазона концентрация неосновных носителей заряда, создаваемая термогенерацией, ничтожно мала. Основную роль здесь играет понижение концентрации основных носителей заряда (и уменьшение электрической проводимости) вследствие уменьшения количества ионизированных атомов примеси. Нижний температурный предел работы полупроводниковых приборов составляет от –55 до –60°C.

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Полупроводниковыми называют материалы, основной особенностью которых является зависимость удельной электропроводности от внешних энергетических воздействий, а также от концентрации и типа примесей.

Качественные различия свойств полупроводников и проводников определяются типом их химических связей. В металлах валентные электроны атомов кристаллической решетки являются частью коллектива равноценных носителей заряда, называемого электронным газом (металлическая связь). Количество этих носителей заряда $n \approx 10^{28} \text{ м}^{-3}$, что соответствует числу атомов в еди-

нице объема кристаллической решетки. Заметно изменить такую концентрацию носителей заряда воздействием внешнего фактора (температурой, облучением, введением примесей, деформацией и т. д.) невозможно. Отсюда и все особенности проводимости проводников: положительный температурный коэффициент удельного сопротивления, независимость концентрации носителей заряда от примесей в решетке, сверхпроводимость и т. д.

В полупроводниках все валентные электроны атомов участвуют в образовании ковалентной (или ионно-ковалентной) насыщенной химической связи. При $T = 0$ К в полупроводниковых кристаллах нет ни одного квазисвободного носителя заряда, способного принять участие в направленном движении при воздействии внешнего фактора, т. е. при температуре абсолютного нуля полупроводник не обладает электропроводностью. Прочность ковалентной (ионно-ковалентной) связи (энергия связи) соответствует ширине запрещенной зоны полупроводника ΔW_3 . При температурах, отличных от 0 К, часть носителей заряда, обладая тепловой энергией способна разорвать химическую связь, что приводит к образованию равного количества электронов в зоне проводимости n_i и дырок в валентной зоне p_i . Процесс термогенерации носителей заряда носит вероятностный характер, и в случае генерации собственных носителей заряда их концентрации определяются соотношением

$$n_i = p_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{\Delta W_3}{2kT}\right). \quad (3)$$

где N_c и N_v — эффективные плотности состояний, приведенные, соответственно, ко дну зоны проводимости к потолку свободной зоны.

Для управления типом электропроводности и значением проводимости полупроводника в узлы его кристаллической решетки вводят в малой концентрации примеси с валентностью, отличающейся в большую или меньшую сторону от валентности основных атомов полупроводника. Таким примесям в запрещен-

ной зоне полупроводника соответствуют дополнительные энергетические уровни: донорные – вблизи дна зоны проводимости и акцепторные — вблизи потолка валентной зоны. Энергия, необходимая для термогенерации носителей заряда, обусловленных присутствием примесей (энергия ионизации примесей) в 50-100 раз меньше ширины запрещенной зоны:

$$\Delta W_{d(a)} \ll \Delta W_3 .$$

Процесс термогенерации примесных носителей также является вероятностным и описывается формулами

$$n_n = \sqrt{N_c N_d} \exp\left(-\frac{\Delta W_d}{2kT}\right), \quad p_p = \sqrt{N_c N_a} \exp\left(-\frac{\Delta W_a}{2kT}\right), \quad (4)$$

где N_d — концентрация донорных примесей, а N_a — акцепторных примесей. Пока температура низка, не все примеси ионизованы и концентрация носителей рассчитывается по формулам (4). Однако, в типичных случаях, уже при температуре значительно ниже комнатной (около -60°C) все примеси оказываются ионизованы и при дальнейшем нагреве концентрация не меняется и равна концентрации введенных примесей (каждый атом примеси «дал» по одному носителю заряда. Поэтому в некотором диапазоне температур концентрация носителей, практически, не зависит от температуры (область II на рис.4). Однако при значительном повышении температуры (для кремния, например, сто около 120°C), начинается разрыв собственных связей по механизму, представленному формулой (3) и концентрация носителей заряда начинает резко возрастать. Рассмотренное иллюстрирует рис. 4, на котором представлены температурные зависимости концентраций носителей заряда в полулогарифмическом масштабе $\ln n$ от обратной температуры $1/T$ (удобство такого масштаба становится очевидным после логарифмирования выражений (3) и(4)).

Здесь T_s — температура истощения примеси T_i — температура перехода к собственной проводимости. Формулы для рас

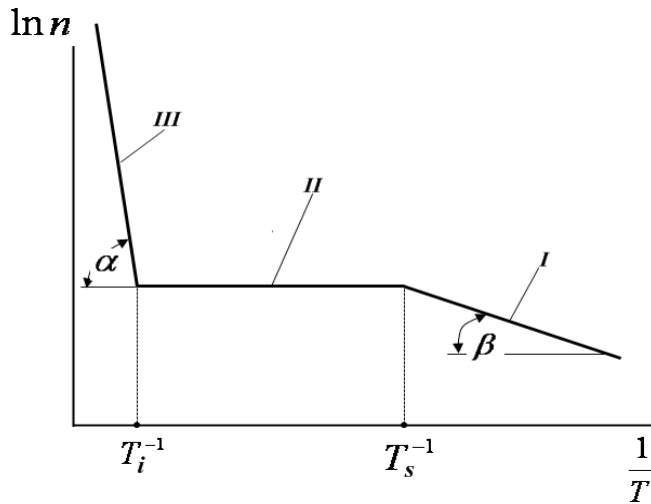


Рис. 4. Температурная зависимость концентрации основных носителей заряда в примесном полупроводнике n - типа. I — область слабой ионизации примеси (примесной электропроводности) ($T \leq T_s$); II — область истощения примеси ($T_s < T < T_i$); III — область собственной проводимости ($T > T_i$).

чета этих температур приведены ниже. В области III генерация носителей заряда происходит в соответствии с формулой (3). При более низких температурах этот процесс пренебрежимо мал, и поэтому в области I генерация носителей определяется только формулой (4). Как следует из выражений (3) и (4), угол α тем больше, чем больше ширина запрещенной зоны ΔW_C полупроводника, а угол β тем больше, чем больше энергия ионизации доноров (акцепторов) $\Delta W_{d(a)}$. Учитывая что $\Delta W_{d(a)} \ll \Delta W_3$, заключаем, что $\alpha > \beta$.

Квазисвободные носители заряда (и электроны и дырки), обладая средней тепловой энергией $\sim kT$ совершают хаотическое

движение с тепловой скоростью $v_T \approx 10^5$ м/с. Внешнее воздействие (электрическое поле, электромагнитное поле, градиент температуры и т.д.) лишь «упорядочивает» этот хаос, чуть-чуть направляя носители заряда, преимущественно в соответствии с приложенным воздействием. Если этим внешним воздействием является электрическое поле, возникает направленное движение носителей заряда — дрейф. При этом плотность дрейфового тока

$$J_{\text{др}} = env_{\text{др}} = \gamma E, \quad (5)$$

где γ — удельная электропроводность, n — концентрация носителей заряда, $v_{\text{др}}$ — скорость направленного движения под влиянием внешнего электрического поля напряженностью E .

Как правило, когда выполняется закон Ома, назначение E — лишь направлять носители заряда, не изменяя их энергию (поля слабые). Таким образом, скорость движения носителей заряда остается равной $v_T \approx 10^5$ м/с, а скорость дрейфа $v_{\text{др}}$, характеризующая эффективность направленного движения коллектива носителей заряда, зависит от того, как «сильно мешают» этому движению различные дефекты в кристаллической решетке. Параметр характеризующий эффективность направленного движения носителей заряда, называется подвижностью:

$$\mu = \frac{v_{\text{др}}}{E} \quad (6)$$

Очевидно, чем больше в кристаллической решетке дефектов, участвующих в рассеянии носителей заряда, тем меньше μ . Под рассеянием понимают изменения квазиимпульса направленного движения носителей заряда, обусловленного влиянием дефектов. Кроме того, так как в кристалле всегда присутствуют различные типы дефектов (тепловые колебания атомов, примеси и т. д.), то подвижность носителя заряда «контролируется» самым эффективным механизмом рассеяния:

$$\frac{1}{\mu_{\Sigma}} = \sum_i \frac{1}{\mu_i}$$

где μ_{Σ} — результирующая подвижность носителей заряда в полупроводнике; μ_i — подвижность, обусловленная механизмом рассеяния. Так, например, в области высоких температур μ_{Σ} контролируется вкладом в рассеяние тепловых колебаний решетки $\mu_{\Sigma} \sim \mu_{\text{реш}}$, и с ростом температуры $\mu_{\text{реш}}$ уменьшается. В области низких температур, когда вклад решеточного рассеяния в μ_{Σ} мал, носители заряда, имеющие малую v_T , длительное время оказываются в поле кулоновских сил (притяжения или отталкивания) ионизированных примесей. Именно этот механизм рассеяния «контролирует» μ_{Σ} в полупроводниках при низких температурах. Поэтому подвижность носителей заряда в зависимости от температуры определяются полуэмпирическим соотношением вида:

$$\frac{1}{\mu_{\Sigma}} = \sum_i \frac{1}{\mu_i} = aT^{3/2} + bT^{-3/2}, \quad (7)$$

где a и b — постоянные величины.

Качественная зависимость $\ln \mu_{\Sigma}(T)$ в кристаллах вида (7) представлена на рис. 5. На этом рисунке кривые 1 и 2 иллюстрируют тот факт, что возрастание концентрации примесей ($N_{\text{пр1}} < N_{\text{пр2}}$) уменьшает μ_{Σ} в области низких температур, оставляя неизменным механизм решеточного рассеяния в кристалле.

Решеточное рассеяние на акустических фононах преобладает при $T > 100$ К. При этом в области истощения примеси, когда можно положить

$$n_n = N_d (p_p = N_a)$$

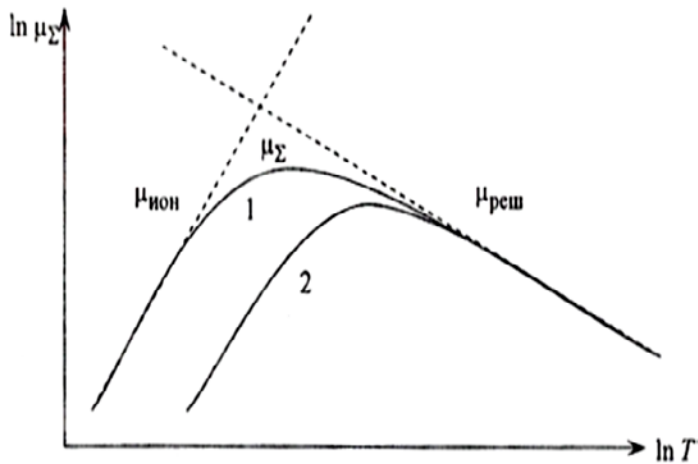


Рис. 5. Температурная зависимость подвижности носителей заряда в полупроводниках с различными концентрациями примеси. $N_{пр1} < N_{пр2}$.

удельная электропроводность γ может уменьшаться с увеличением температуры за счет уменьшения подвижности носителей $\mu_{\Sigma}(T)$ из-за рассеяния носителей заряда на акустических фононах.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Тема: расчет температурной зависимости электропроводности примесного полупроводника

Формулировка задания:

Имеется слабо легированный полупроводник на основе германия или кремния с донорной или акцепторной примесью. Электропроводность такого полупроводника определяется концентрацией основных носителей заряда и их подвижностью.

1. Определить аналитически температуру истощения примеси T_s и температуру перехода к собственной проводимости

T_i . Определить концентрацию основных носителей заряда электронов n (или дырок p) в трех температурных областях (рис. 4):

I — область ($T \leq T_s$) при $T = 20$ К;

II — область ($T_s < T < T_i$) при $T = 300$ К;

III — область ($T > T_i$) при $T = 700$ К.

2. Построить зависимость натурального логарифма проводимости электронного или дырочного проводника от обратной температуры в диапазоне 300 — 700 К.

Данные по типу полупроводника, виду и концентрации примеси, энергии ионизации выбрать по вариантам из табл. 1.

Таблица 1.

Варианты заданий

	Полупроводник	Примесь	Тип примеси	Энергия ионизации, эВ	Концентрация примеси, $1/\text{м}^3$
1	<i>Si</i>	<i>B</i>	A	0,045	$6 \cdot 10^{21}$
2	<i>Ge</i>	<i>B</i>	A	0,0104	$1 \cdot 10^{21}$
3	<i>Si</i>	<i>Al</i>	A	0,057	$3 \cdot 10^{21}$
4	<i>Ge</i>	<i>Al</i>	A	0,0102	$2,5 \cdot 10^{21}$
5	<i>Ge</i>	<i>P</i>	Д	0,0120	$2 \cdot 10^{21}$
6	<i>Si</i>	<i>P</i>	Д	0,044	$5 \cdot 10^{21}$
7	<i>Ge</i>	<i>As</i>	Д	0,0127	$4 \cdot 10^{21}$
8	<i>Si</i>	<i>As</i>	Д	0,049	$3 \cdot 10^{21}$
9	<i>Ge</i>	<i>Ga</i>	A	0,0108	$7,5 \cdot 10^{21}$
10	<i>Si</i>	<i>Ga</i>	A	0,065	$8 \cdot 10^{21}$
11	<i>Ge</i>	<i>In</i>	A	0,0108	$1,5 \cdot 10^{21}$
12	<i>Si</i>	<i>In</i>	A	0,16	$1 \cdot 10^{21}$
13	<i>Ge</i>	<i>Sb</i>	Д	0,0096	$6,5 \cdot 10^{21}$
14	<i>Si</i>	<i>Sb</i>	Д	0,039	$1,5 \cdot 10^{21}$
15	<i>Si</i>	<i>Bi</i>	Д	0,3	$9 \cdot 10^{21}$
16	<i>Si</i>	<i>Ni</i>	Д	0,069	$8,5 \cdot 10^{21}$
17	<i>Ge</i>	<i>Bi</i>	Д	0,01	$1 \cdot 10^{21}$
18	<i>Si</i>	<i>B</i>	A	0,045	$2 \cdot 10^{21}$
19	<i>Si</i>	<i>As</i>	Д	0,049	$1 \cdot 10^{22}$
20	<i>Ge</i>	<i>As</i>	Д	0,0127	$2 \cdot 10^{22}$
21	<i>Ge</i>	<i>Ga</i>	A	0,0108	$2 \cdot 10^{21}$
22	<i>Si</i>	<i>Ga</i>	A	0,065	$1 \cdot 10^{21}$

	Полупроводник	Примесь	Тип примеси	Энергия ионизации, эВ	Концентрация примеси, 1/м ³
23	<i>Ge</i>	<i>Li</i>	Д	0,0093	3·10 ²¹
24	<i>Si</i>	<i>Li</i>	Д	0,033	5·10 ²¹
25	<i>Ge</i>	<i>Cu</i>	Д	0,04	4·10 ²¹

Указания по выполнению:

1. Формулы для расчета концентрации электронов n_1 и дырок p_1 в области I имеют вид:

$$n_1 = (N_c N_d)^{1/2} e^{-\frac{\Delta W_d}{2kT}}, \quad (7)$$

$$p_1 = (N_v N_a)^{1/2} e^{-\frac{\Delta W_a}{2kT}}, \quad (8)$$

где ΔW_d — энергия ионизации донорной примеси, ΔW_a — энергия ионизации акцепторной примеси, N_d и N_a — концентрация донорной и акцепторной примеси;

$N_c = 2\left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$, $N_v = 2\left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$ — эффективные плотности состояний в зоне проводимости и в валентной зоне, m_n^* — эффективные массы электрона в зоне проводимости и

дырки в валентной зоне, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, — постоянная Больцмана, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ — постоянная Планка.

Температура истощения примеси (рис. 4) находится из условия $n_1 = N_d$ или $p_1 = N_a$ (после логарифмирования) по формулам:

$$T_{sd} = \frac{\Delta W_d}{k \ln(N_c / N_d)}, \quad T_{sa} = \frac{\Delta W_a}{k \ln(N_v / N_a)}. \quad (9)$$

В области II истощения примеси для расчета концентрации электронов и дырок приблизительно можно принять $n_2 = N_d$, $p_2 = N_a$, поскольку процесс генерации носителей заряда за счет разрыва собственных связей в полупроводнике (область III) при этих температурах пренебрежем. Для более точного расчета к указанным значениям $n_2 = N_d$ и $p_2 = N_a$ надо прибавить собственную концентрацию n_3 основных носителей полупроводника.

Формулы для расчета концентрации электронов n_3 и дырок p_3 в области III имеют вид:

$$n_3 = p_3 = n_i = (N_c N_v)^{1/2} e^{-\frac{\Delta W_3}{2kT}}, \quad (10)$$

где ΔW_3 — ширина запрещенной зоны.

Ширину запрещенной зоны принять для германия равной 0,66 эВ, а для кремния –1,08 эВ.

Температура перехода к собственной проводимости T_i находится из условия $n_i = N_d$ или $p_i = N_a$:

$$T_{id} = \frac{\Delta W_d}{k \ln(N_c N_v / N_d^2)}, \quad T_{ia} = \frac{\Delta W_a}{k \ln(N_c N_v / N_a^2)}. \quad (11)$$

Эффективные массы электронов и дырок для германия принять равными $m_p^* = 0,37m_e$, а для кремния $m_n^* = 1,08m_e$, $m_p^* = 0,59m_e$. Здесь $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг — масса свободного электрона.

2. Определить электропроводность соответственно донорного полупроводника γ_d или акцепторного проводника γ_a в температурном диапазоне от 300 до 700 К по формулам:

$$\gamma_d = en_i(\mu_n + \mu_p) + eN_d\mu_n, \quad (12)$$

$$\gamma_a = en_i(\mu_n + \mu_p) + eN_a\mu_p, \quad (13)$$

где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд электрона, μ_n и μ_p — подвижности электронов и дырок. В этих формулах учитываются как носители, обусловленные наличием примесей, так и собственные носители полупроводника.

Температурную зависимость подвижности электронов и дырок, с учетом того, что в задании речь идет о температурах выше комнатной (и, следовательно, доминирующим будет механизм рассеяния на колебаниях атомов решетки), представить в виде:

$$\mu_n(T) = \mu_{n0}(T/300)^{-3/2}, \quad (14)$$

$$\mu_p(T) = \mu_{p0}(T/300)^{-3/2}, \quad (15)$$

где μ_{n0} и μ_{p0} — подвижности электронов и дырок, измеренные при 300 К.

Принять для германия $\mu_{n0} = 0,39 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$, $\mu_{p0} = 0,18 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$, а

для кремния $\mu_{n0} = 0,145 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$, $\mu_{p0} = 0,50 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.

График температурной зависимости логарифма электропроводности от обратной температуры удобно строить в масштабе $\ln \gamma = f(1000/T)$.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Задание

Исследовать примесный полупроводник на основе германия (Ge) легированный мышьяком (As) с концентрацией донорной примеси $N_d = 1 \cdot 10^{22} / \text{м}^3$ и энергией ионизации

$\Delta W_d = 0,0127$ эВ. Определить концентрацию основных носителей (электронов) в трех областях при температурах $T = 20$ К, $T = 300$ К, $T = 700$ К. Определить аналитически температуру истощения примеси T_s и температуру перехода к собственной проводимости T_i . Определить электропроводность полупроводника γ_d на участке перехода от примесной к собственной проводимости в температурном диапазоне от 300 до 700 К. Построить график зависимости $\ln \gamma_d = f(300/T)$.

Решение

Приведем формулы для расчета эффективной плотности состояний в зоне проводимости N_c и в валентной зоне N_v к виду

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} = 2 \left(\frac{2\pi m_e k}{h^2} \right)^{3/2} \left(\frac{m_n^*}{m_e} \right)^{3/2} T^{3/2} =$$

$$= 4,83 \cdot 10^{21} \cdot 0,419 \cdot T^{3/2} = 2,02 \cdot 10^{21} T^{3/2} \text{ 1/м}^3, \quad (16)$$

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2} = 2 \left(\frac{2\pi m_e k}{h^2} \right)^{3/2} \left(\frac{m_p^*}{m_e} \right)^{3/2} T^{3/2} =$$

$$= 4,83 \cdot 10^{21} \cdot 0,225 \cdot T^{3/2} = 1,09 \cdot 10^{21} T^{3/2} \text{ 1/м}^3. \quad (17)$$

Приведем формулу (10) для расчета концентрации донорных электронов в зоне проводимости к виду

$$n_1 = (N_c N_d)^{1/2} e^{-\frac{\Delta W_d}{2kT}} =$$

$$= (2,02 \cdot 10^{21} \cdot 10^{22})^{1/2} T^{3/4} e^{-\frac{0,0127 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} T}} =$$

$$= 4,49 \cdot 10^{21} T^{3/4} e^{-\frac{73,6}{T}} \text{ 1/м}^3.$$

Определим температуру истощения примеси T_s из условия $\ln n_1 = \ln N_d$

$$0,8 = \frac{3}{4} \ln T_s - \frac{73,6}{T_s}.$$

Решая полученное трансцендентное уравнение, получим $T_s = 38$ К.

Рассчитаем концентрацию электронов в зоне проводимости при $T = 20$ К

$$n_1 = 4,49 \cdot 10^{21} T^{3/4} e^{-\frac{73,6}{T}} = 1,07 \cdot 10^{21} \text{ 1/м}^3,$$

то есть концентрация электронов проводимости при этой температуре на порядок меньше концентрации примесей.

Приведем формулу (10) для расчета собственных носителей заряда с учетом (16) и (17) к виду

$$\begin{aligned} n_3 = p_3 = n_i &= (N_c N_v)^{1/2} e^{-\frac{\Delta W_3}{2kT}} = 1,484 \cdot 10^{21} T^{3/2} e^{-\frac{0,66 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} T}} = \\ &= 1,484 \cdot 10^{21} T^{3/2} e^{-\frac{3826}{T}} \text{ 1/м}^3. \end{aligned} \quad (18)$$

Определим температуру перехода к собственной проводимости T_i из условия $\ln n_i = \ln N_d$

$$1,908 = \frac{3}{2} \ln T_i - \frac{3826}{T_i}.$$

Решая полученное трансцендентное уравнение, получим $T_i = 511$ К.

Рассчитаем температурную зависимость электропроводности полупроводника по формуле (12). Для этого приведем формулу (18) к 300 К:

$$n_i = 1,484 \cdot 10^{21} T^{3/2} e^{-\frac{0,66 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} T}} =$$

$$2,23 \cdot 10^{19} (T/300)^{3/2} e^{12,75 \left(\frac{T-300}{T} \right)} \text{ 1/м}^3 \quad (19)$$

Рассчитаем концентрацию электронов в зоне проводимости n_2 при $T = 300$ К. Для этого сложим концентрацию носителей заряда, обеспеченную всеми ионизированными донорами с собственной концентрацией электронов, рассчитываемой по формуле (19)

$$n_2 = N_d + n_i = 1 \cdot 10^{22} + 3,23 \cdot 10^{19} = 1,022 \cdot 10^{22} \text{ 1/м}^3,$$

то есть с точностью порядка двух процентов равна концентрации донорных электронов.

Рассчитаем концентрацию электронов n_3 при температуре $T = 700$ К по формуле (19) с учетом числа донорных электронов

$$n_3 = N_d + n_i = 1 \cdot 10^{22} + 10,96 \cdot 10^{22} = 11,96 \cdot 10^{22} \text{ 1/м}^3.$$

Расчет показал, что при этой температуре количество собственных электронов превысило примерно на порядок количество примесных электронов.

Подставив (19), (14) и (15) в (12), получим

$$\begin{aligned} \gamma_d &= 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,23 \cdot 10^{19} (0,39+0,18) e^{12,75 \left(\frac{T-300}{T} \right)} + \\ &+ 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{22} \cdot 0,39 (T/300)^{-3/2} = \\ &= 2,03 \cdot e^{12,75 \left(\frac{T-300}{T} \right)} + 624 (T/300)^{-3/2} (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1} \end{aligned} \quad (20)$$

Результаты расчета по формуле (20) приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчета									
Температура полу-проводника, К	300	350	400	450	500	550	600	650	700
$1000/T, \text{ К}^{-1}$	3,33	2,86	2,50	2,22	2,0	1,82	1,67	1,54	1,43

Электропроводность полупроводника, (Ом·м) ⁻¹	626	507	453	480	618	912	1395	2122	3094
lnγ _d . (Ом·м) ⁻¹	6,44	6,23	6,12	6,17	6,43	6,82	7,24	7,66	8,06

На рис. 6. представлена искомая зависимость удельной электропроводности от обратной температуры для исследуемого полупроводника.

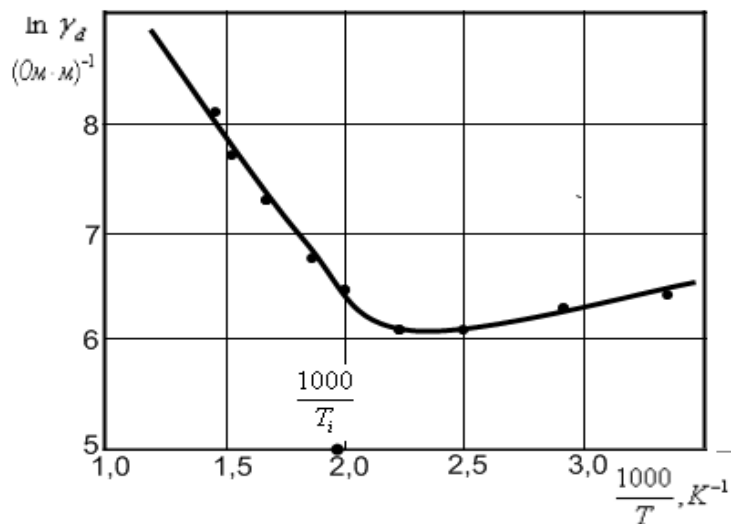


Рис.6. Зависимость удельной электропроводности от обратной температуры для исследуемого полупроводника

Как видно из данных табл. 2 и рис. 6, электропроводность полупроводника на участке истощения примесей ($T_s < T < T_i$) при нагревании до температур выше комнатной, уменьшается с увеличением температуры вплоть до T_i — температуры перехода к собственной проводимости. В дальнейшем с увеличением температуры электропроводность резко растёт (по экспоненте) за

счет интенсивной генерации полупроводником собственных носителей заряда.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основной:

1. *Савельев И. В.* Курс физики. М.: Лань, 2008. — Т. 3.
2. *Пщелко Н.С.* Физические основы полупроводниковой электроники, учеб. пособие / Н. С. Пщелко, А. С. Мустафаев, К. Л. Левин — [Электронный ресурс], контрольный номер RU/IS/BASE/463508393 — СПб: Нац. минер.-сырьевой ун-т «Горный», 2013 — 254 с.
3. *Чуркин Ю. В.* Физика твёрдого тела / Ю. В. Чуркин, С. В. Субботин. — СПб.: Изд-во СЗТУ, 2008.

Дополнительный:

4. *Трофимова Т. И.* Курс физики / Т. И. Трофимова.— М.: Высшая школа, 2004 [и др. г. Изд
5. *Детлаф А.А.* Курс физики: учеб. пособие / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. — М.: Высш. шк., 2003 [и др. г. изд.].
6. *Парфенова И. И.* Квантовая механика, физика твёрдого тела и элементы атомной физики / И. И. Парфенова, С.В. Егоров, А.С. Мустафаев и др. — Сборник задач для студентов технических специальностей. — СПб.: СПГИ (ТУ), 2010. — 112 с.
7. *Томаев В. В.,* Общая физика. Физика твёрдого тела. Зонная теория твердых тел. Контактные и магнитные явления в твёрдых телах. Метод указания к лабораторным работам / В. В. Томаев, Т. В. Стоянова, К. Л. Левин. — СПб.: 2012.
8. *Шерстюк А.И.* Физика твердого тела: лекции / А. И. Шерстюк. — СПб.: Изд-во СЗТУ, 2003. — 151 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ (ОКРУГЛЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/моль · К
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3,0 \cdot 10^8$ м/с
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	$\left\{ \begin{array}{l} h \\ \hbar \end{array} \right.$	$6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж
		$1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Масса электрона	m	$9,1 \cdot 10^{-31}$ кг

2. МНОЖИТЕЛИ И ПРИСТАВКИ ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДЕСЯТИЧНЫХ КРАТНЫХ И ДОЛЬНЫХ ЕДИНИЦ И ИХ НАИМЕНОВАНИЙ

Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10^{18}
пэта	П	10^{15}
тера	Т	10^{12}
гига	Г	10^9
мега	М	10^6
кило	к	10^3
гекто	г	10^2
Дека	да	10^1
Деци	д	10^{-1}
Санتي	с	10^{-2}
Милли	м	10^{-3}
Микро	мк	10^{-6}
Нано	н	10^{-9}
Пико	п	10^{-12}

Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель
Фемто	ф	10^{-15}
Атто	а	10^{-18}

3. ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕКОТОРЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ (температура комнатная)

Тип полупроводника	Ширина запрещенной зоны	Удельное сопротивление	Подвижность	
	E_g эВ		Электроны	Дырки
		Ом · м	$m^2 / B \cdot c$	
Собственный германий	0,66	0,5	0,39	0,19
Собственный кремний	1,1	$6,2 \cdot 10^2$	0,15	0,05
Арсенид галлия	1,43		0,85	0,042

4. ГРЕЧЕСКИЙ АЛФАВИТ

Обозначения букв	Названия букв
A, α	альфа
B, β	бета
Γ, γ	гамма
Δ, δ	дельта
E, ε	эпсилон
Z, ζ	дзета
H, η	Эта
Θ, θ	тхэта
I, ι	йота
K, κ	каппа
Λ, λ	ламбда
M, μ	мю
N, ν	ню

Обозначения букв	Названия букв
Ξ, ξ	кси
O, o	омикрон
Π, π	пи
ρ, ρ	ро
Σ, σ	сигма
T, τ	тау
Y, υ	ипсилон
Φ, ϕ	фи
X, χ	хи
Ψ, ψ	пси
Ω, ω	омега

СОДЕРЖАНИЕ

Рекомендации к выполнению расчетно-графических работ.....	3
Теоретические основы физики твердого тела.....	5
Задание для расчетно-графической работы.....	20
Пример выполнения расчетно-графической задачи.....	25
Библиографический список.....	29
Приложения.....	30