

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»

Кафедра информатики и компьютерных технологий

ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СРЕДЕ MATHCAD

Условные и циклические процессы

Методические указания к лабораторным работам

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2013

ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СРЕДЕ MATHCAD. Условные и циклические процессы. Методические указания к лабораторным работам / Национальный минерально - сырьевой университет «Горный». Сост.: Г.Н. Журов, Г.А. Прудинский, Л.Г. Муста, СПб, 2013, 44 с.

Методические указания содержат краткие теоретические сведения, необходимые для выполнения лабораторных работ по программированию разветвляющихся и циклических процессов в MathCAD'e, а также варианты заданий к этим работам.

Методические указания предназначены для студентов направления 130400 «Горное дело».

Научный редактор доц. *А.Б. Маховиков*

Табл. 10. Ил. 24. Библиогр. 5.

© Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», 2013

ВВЕДЕНИЕ


Раздел «Программирование» занимает особое место в MathCAD'e. Огромные возможности среды MathCAD позволяют решать подавляющее число задач без использования программирования, да к тому же, как правило, несколькими способами. Но есть класс задач, которые невозможно решить без программирования. Это задачи, в которых часть документа из нескольких или многих операторов надо выполнить многократно. В таких случаях документ должен состоять из отдельных подпрограмм, объединенных в единую «головную» программу. Использование раздела «Программирование» позволяет записать в MathCAD'e программы любой сложности.

Почти в любой программе, помимо функций, операторов и переменных, встречаются управляющие ее ходом конструкции. Эти управляющие конструкции бывают разными, но самые важные из них — это условный переход и различные виды циклов. Условный переход требуется тогда, когда в программе нужно выполнить какую-то последовательность действий, но только в том случае, если выполняется какое-то условие. Циклы бывают разными: в одних мы можем заранее указать, сколько раз выполнять записанные внутри такого цикла конструкции, в других же для прекращения повторения действий следует указать какое-либо условие.

Методические указания содержат краткие теоретические сведения, необходимые для выполнения лабораторных работ по программированию разветвляющихся и циклических процессов в MathCAD'e, а также варианты заданий к этим работам. Данный материал изучается студентами первого курса направления 130400 «Горное дело» согласно рабочей программе¹ учебной дисциплины «Информатика» в разделе 4 «Прикладное программное обеспечение компьютерных систем и сетей».

¹ Рабочая программа учебной дисциплины «Информатика». Направление 130400 «Горное дело». Специализации: № 1 «Подземная разработка пластовых месторождений», № 2 «Подземная разработка рудных месторождений», № 3 «Открытые горные работы», № 7 Взрывное дело», № 12 Технологическая безопасность и горно-спасательное дело. / Сост. Г.Н. Журов. «Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», СПб, 2012.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В MathCAD'e, для написания программ предусмотрена специальная панель инструментов, которая так и называется — Programming (Программирование), которая вызывается нажатием кнопки  (панель программирование) (рис. 1), расположенной на панели Math (Математика).

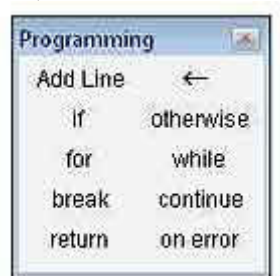


Рисунок 1 - Панель Программирование.

На этой панели совсем немного кнопок, но, если требуется прибегнуть к программированию при решении каких-либо задач в MathCAD'e, то каждая из них понадобится неоднократно.

Нетрудно заметить, что набор программных элементов для создания программных модулей весьма ограничен. Ниже приводится их перечень.

Add Line - создает и при необходимости расширяет жирную вертикальную линию, справа от которой в шаблонах задается запись программного блока;

← - символ локального присваивания (в теле модуля);

if - оператор условного выражения;

for - оператор задания цикла с фиксированным числом повторении;

while - оператор задания цикла типа "пока" (цикл выполняется, *пока* выполняется некоторое условие);

otherwise - оператор иного выбора (обычно применяется с if);

break - оператор прерывания;

continue - оператор продолжения;

return - оператор возврата;
on error - оператор обработки ошибок.

Программа MathCAD есть частный случай выражения MathCAD. Подобно любому выражению, программа возвращает значение, если за ней следует знак равенства. Обычное выражение MathCAD состоит из одной строки. Выражение-программа содержит много строк. Фактически это составное выражение.

Выражение-программа состоит из названия выражения, следующего за ним знака присваивания значения и необходимых выражений в правой части, записанных в столбик и объединенных слева вертикальной чертой.

Ввод строк в программу

Для создания программы надо:

- ввести имя выражения-программы;
- ввести оператор присваивания (:=);
- щелкнуть на кнопке панели программирования Add Line (Добавить строку) столько раз, сколько строк должна содержать программа;
- в появившиеся места ввода ввести нужные операторы, лишние места ввода удалить.

Чтобы создать недостающие места ввода, надо поставить синий уголок курсора в конец строки, после которой ввести новую строку. Клавишей пробела следует выделить полностью всю строку и нажать кнопку Add Line. При этом возможны два варианта:

Если синий уголок курсора находится в начале строки, то после нажатия Add Line место ввода появится выше этой строки.

Если синий уголок курсора находится в конце строки, то после нажатия Add Line место ввода появится ниже этой строки.

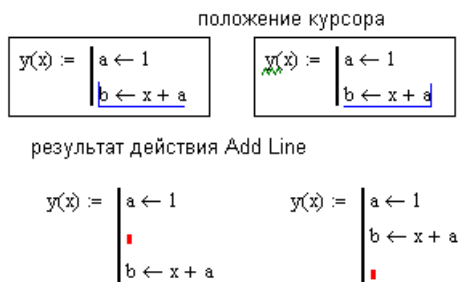


Рисунок 2 - Ввод строки в программу

В некоторых случаях, например, при необходимости вставить строку между двумя вложенными циклами, что при создании программы встречается очень часто, указанный прием не работает. В этом случае необходимо:

- выделить черным цветом весь внутренний цикл;
- вырезать его в буфер кнопкой Cut (Вырезать);
- нажать кнопку Add Line;
- вставить из буфера вырезанный фрагмент на прежнее место;
- заполнить появившееся место ввода.

При определенном навыке этот прием удобно использовать во всех случаях вставки дополнительных строк.

Любая программа представляет собой сочетание обычных математических выражений с операторами условия и цикла. Разберем последовательно действие этих операторов.

УСЛОВНЫЙ ОПЕРАТОР IF

Действие условного оператора состоит из двух частей. Сначала проверяется условие, записанное справа от оператора **if**. Если оно верно, выполняется выражение, стоящее слева от **if**, если не верно, происходит переход к следующей строке программы.

Чтобы вставить условный оператор в программу, нужно:

- в создаваемой программе установить курсор на свободное место ввода, где должен появиться условный оператор;
- на панели программирования (Programming Toolbar) щелкнуть на кнопке **if**. В программе появится шаблон оператора с двумя местами ввода;
- в правое место ввода ввести условие. Пользуйтесь при этом логическими операторами, вводя их с панели Boolean (Булевы операторы);
- слева от оператора **if** ввести выражение, которое должно выполняться, если условие верно;
- если при выполнении условия должно выполняться сразу несколько выражений, надо иметь несколько мест ввода. Установите курсор на место ввода слева от **if** и нажмите Add Line столько раз,

сколько строк надо ввести. Обратите внимание на то, что при этом изменяется вид условного оператора. Столбик мест ввода появляется не слева, а под оператором **if**.

Условный оператор **if** применяется для программирования разветвляющихся вычислительных процессов, которые относятся к основным типам вычислительных процессов.

В разветвляющихся вычислительных процессах каждая расчётная формула применяется один раз, но присутствует проверка некоторого условия, в зависимости от выполнения или невыполнения которого вычисления происходят по той или иной формуле.

Графические элементы изображения основных типов разветвляющихся вычислительных процессов представлены на рис. 3.

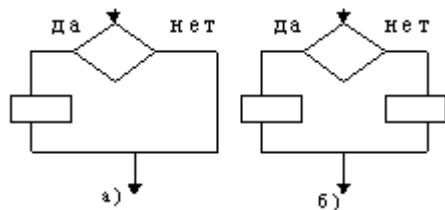


Рисунок 3 - Базовые алгоритмические структуры: Ветвление

В условном операторе **if** при описании условий для ввода логических выражений необходимо пользоваться панелью Boolean (Булевы операторы) (рис. 4).



Рисунок 4 - Панель Булевы операторы

Эта панель содержит:

-операторы отношения: **=** (жирное равно, не путать с оператором численного вычисления =), < (меньше), > (больше), ≥ (не меньше), ≤ (не больше), ≠ (не равно) – эти операции применяют к числам, символам, символьным строкам, результат – значение логического типа;

- логические операции: ¬ (не), ∧ (и), ∨ (или), ⊕ (исключающее или) - эти операции выполняют с целыми числами, результат – целое число.

Приоритеты, присвоенные этим операторам:

Операции	Приоритет
¬	1
∧	2
∨, ⊕	3
=, <, >, ≥, ≤, ≠	4

Пример 1

Составить программу вычисления функции

$$y(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x, & \text{если } x > 0 \\ \sqrt{1 + \sin^2 x}, & \text{если } x \leq 0 \end{cases}$$

Выполните вычисления для x : 1,5; -6,3.

Расчётные формулы:

$$d = \sin x, \quad y = \begin{cases} \frac{1}{x} d, & \text{если } x > 0 \\ \sqrt{1 + d^2}, & \text{если } x \leq 0 \end{cases}$$

Решение представлено на рис. 5.

$y := \begin{cases} x \leftarrow 1.5 \\ d \leftarrow \sin(x) \\ \frac{1}{x} \cdot d \text{ if } x > 0 \\ \sqrt{1 + d^2} \text{ otherwise} \end{cases}$ <p>$y = 0.665$ Результат</p>	$y := \begin{cases} x \leftarrow -6.3 \\ d \leftarrow \sin(x) \\ \frac{1}{x} \cdot d \text{ if } x > 0 \\ \sqrt{1 + d^2} \text{ otherwise} \end{cases}$ <p>$y = 1$ Результат</p>
--	---

Рисунок 5 - MathCAD-документ с решением примера 1

Пример 2

Составить программу вычисления функции

$$y(x) = \begin{cases} \ln \sqrt{|x|}, & \text{если } x < 2 \\ 3, & \text{если } 2 \leq x < 6 \\ (x+1)^2 - 1, & \text{если } x \geq 6 \end{cases}$$

Выполните вычисления для x : -1; 5; 7.

Расчётные формулы:

$$a = \sqrt{|x|}, \quad b = x + 1, \quad y = \begin{cases} \ln a, & \text{если } x < 2 \\ 3, & \text{если } 2 \leq x < 6 \\ b^2 - 1, & \text{если } x \geq 6 \end{cases}$$

Решение представлено на рис. 6.

$y := \begin{cases} x \leftarrow -1 \\ \text{if } x < 2 \\ \quad \begin{cases} a \leftarrow \sqrt{ x } \\ \ln(a) \end{cases} \\ 3 \text{ if } 2 \leq x < 6 \\ \text{otherwise} \\ \quad \begin{cases} b \leftarrow x + 1 \\ b^2 - 1 \end{cases} \end{cases}$ $y = 0$ Результат	$y := \begin{cases} x \leftarrow 5 \\ \text{if } x < 2 \\ \quad \begin{cases} a \leftarrow \sqrt{ x } \\ \ln(a) \end{cases} \\ 3 \text{ if } 2 \leq x < 6 \\ \text{otherwise} \\ \quad \begin{cases} b \leftarrow x + 1 \\ b^2 - 1 \end{cases} \end{cases}$ $y = 3$ Результат	$y := \begin{cases} x \leftarrow 7 \\ \text{if } x < 2 \\ \quad \begin{cases} a \leftarrow \sqrt{ x } \\ \ln(a) \end{cases} \\ 3 \text{ if } 2 \leq x < 6 \\ \text{otherwise} \\ \quad \begin{cases} b \leftarrow x + 1 \\ b^2 - 1 \end{cases} \end{cases}$ $y = 63$ Результат
--	---	--

Рисунок 6 - MathCAD-документ с решением примера 2

Пример 3

Для вычисления значения выражения $\sqrt{\frac{1-x}{x+7}}$ постройте функцию, которая бы возвращала текст «не определено» при недопустимых значениях переменной x . Выполните вычисления для x : -7; -2; 1; 5.

Расчётные формулы:

$$a = 1 - x, \quad b = x + 7,$$

$$y = \begin{cases} \sqrt{\frac{a}{b}}, & \text{если } \frac{a}{b} \geq 0 \text{ и } b \neq 0 \\ \text{неопределено,} & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Решение представлено на рис. 7-8.

$y := \begin{cases} x \leftarrow 7 \\ a \leftarrow 1 - x \\ b \leftarrow x + 7 \\ \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ if } \frac{a}{b} \geq 0 \wedge b \neq 0 \\ \text{"не определено"} \text{ otherwise} \end{cases}$ $y = \text{"не определено"} \quad \text{Результат}$	$y := \begin{cases} x \leftarrow -2 \\ a \leftarrow 1 - x \\ b \leftarrow x + 7 \\ \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ if } \frac{a}{b} \geq 0 \wedge b \neq 0 \\ \text{"не определено"} \text{ otherwise} \end{cases}$ $y = 0.775 \quad \text{Результат}$
--	--

Рисунок 7 - MathCAD-документ с решением примера 3

$y := \begin{cases} x \leftarrow 1 \\ a \leftarrow 1 - x \\ b \leftarrow x + 7 \\ \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ if } \frac{a}{b} \geq 0 \wedge b \neq 0 \\ \text{"не определено"} \text{ otherwise} \end{cases}$ $y = 0 \quad \text{Результат}$	$y := \begin{cases} x \leftarrow 5 \\ a \leftarrow 1 - x \\ b \leftarrow x + 7 \\ \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ if } \frac{a}{b} \geq 0 \wedge b \neq 0 \\ \text{"не определено"} \text{ otherwise} \end{cases}$ $y = \text{"не определено"} \quad \text{Результат}$
---	--

Рисунок 8 - MathCAD-документ с решением примера 3 (продолжение)

Пример 4

Вычислить $c = \min \left\{ \frac{a^2 + b^2}{e^{a^2 + b^2}}, \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{4} \right\}$ при заданных значениях a, b .

Выполните вычисления для следующих наборов данных:
 $a=0, b=0$; $a=0.2, b=1.1$; $a=2, b=2$.

Расчётные формулы:

$$x = a^2 + b^2, \quad y = \frac{x}{e^x}, \quad z = \frac{\sqrt{x}}{4}, \quad c = \begin{cases} y, & \text{если } y \leq z \\ z, & \text{если } y > z. \end{cases}$$

Решение представлено на рис. 9.

$c := \begin{cases} a \leftarrow 0 \\ b \leftarrow 0 \\ x \leftarrow a^2 + b^2 \\ y \leftarrow \frac{x}{e^x} \\ z \leftarrow \frac{\sqrt{x}}{4} \\ y \text{ if } y \leq z \\ z \end{cases}$	$c := \begin{cases} a \leftarrow 0.2 \\ b \leftarrow 1.1 \\ x \leftarrow a^2 + b^2 \\ y \leftarrow \frac{x}{e^x} \\ z \leftarrow \frac{\sqrt{x}}{4} \\ y \text{ if } y \leq z \\ z \end{cases}$	$c := \begin{cases} a \leftarrow 2 \\ b \leftarrow 2 \\ x \leftarrow a^2 + b^2 \\ y \leftarrow \frac{x}{e^x} \\ z \leftarrow \frac{\sqrt{x}}{4} \\ y \text{ if } y \leq z \\ z \end{cases}$
$c = 0$ Результат	$c = 0.28$ Результат	$c = 0.707$ Результат

Рисунок 9 - MathCAD-документ с решением примера 4

Пример 5

Разработать программу, которая вычисляет для целых значений аргумента одну из заданных функций в указанной точке:

а) если x равен $-5, -4, -3, -2, -1, 0$, то $y = \sin^2 x + \sin x$;

б) если x равен $1, 2$ то $y = (x+1)^3 + 2$;

в) если x равен $3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$, то $y = x^2$;

г) в остальных случаях $y = \lg(\sqrt{|x|})$.

Выполните вычисления для $x: -100; 0; 1; 5$.

Расчётные формулы:

$$y = \begin{cases} \sin^2 x + \sin x, & \text{если } -5 \leq x \leq 0 \\ (x+1)^3 + 2, & \text{если } x = 1 \text{ или } x = 2 \\ x^2, & \text{если } 3 \leq x \leq 10 \\ \lg(\sqrt{|x|}), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

$$x = a^2 + b^2, \quad y = \frac{x}{e^x}, \quad z = \frac{\sqrt{x}}{4}, \quad c = \begin{cases} y, & \text{если } y \leq z \\ z, & \text{если } y > z. \end{cases}$$

Решение представлено на рис. 10.

$y :=$ <pre> x ← -100 if -5 ≤ x ≤ 0 a ← sin(x) a² + a if x = 1 ∨ x = 2 b ← x + 1 b³ + 2 x² if 3 ≤ x ≤ 10 otherwise c ← √ x log(c) </pre>	$y :=$ <pre> x ← 0 if -5 ≤ x ≤ 0 a ← sin(x) a² + a if x = 1 ∨ x = 2 b ← x + 1 b³ + 2 x² if 3 ≤ x ≤ 10 otherwise c ← √ x log(c) </pre>	$y :=$ <pre> x ← 1 if -5 ≤ x ≤ 0 a ← sin(x) a² + a if x = 1 ∨ x = 2 b ← x + 1 b³ + 2 x² if 3 ≤ x ≤ 10 otherwise c ← √ x log(c) </pre>	$y :=$ <pre> x ← 5 if -5 ≤ x ≤ 0 a ← sin(x) a² + a if x = 1 ∨ x = 2 b ← x + 1 b³ + 2 x² if 3 ≤ x ≤ 10 otherwise c ← √ x log(c) </pre>
$y = 1$ Результат	$y = 0$ Результат	$y = 10$ Результат	$y = 25$ Результат

Рисунок 10 - MathCAD-документ с решением примера 5

Варианты задания

Пример 1. Составить программу вычисления указанных величин при заданных значениях исходных данных (табл. 1).

Таблица 1

Вариант	Функция	Точки счета
1.	$y = \begin{cases} \sin(x-3), & \text{если } x-3 < 4 \\ \sin\left(\frac{1}{x-3}\right), & \text{если } x-3 \geq 4 \end{cases}$	$x = -16,3; 2,7$
2.	$v = \begin{cases} (t + \sin t)^2, & \text{если } \sin t < \cos t \\ (t + \cos t)^2, & \text{если } \sin t \geq \cos t \end{cases}$	$t = 0,1; 1,57$
3.	$Q = x^2 + y^2 + \begin{cases} x^3, & \text{если } x > y \\ y^3, & \text{если } x \leq y \end{cases}$	$x = 2,2; 7,5$ $y = 4$
4.	$z = \begin{cases} \frac{a}{2} e^{ 1-at }, & \text{если } a > t \\ \frac{a}{2} e^{\sqrt{ 1-at }}, & \text{если } a \leq t \end{cases}$	$t = 4,9; -1,4$ $a = 3$
5.	$z = \begin{cases} x^2 + y^2, & \text{если } x^2 < y^2 \\ \sqrt{x^2 + y^2}, & \text{если } x^2 \geq y^2 \end{cases}$	$x = 1,3; 9,5$ $y = 7$
6.	$y = \begin{cases} \sin^2 3x, & \text{если } 3x < 2 \\ \frac{1}{\sin^2 3x + 4,2}, & \text{если } 3x \geq 2 \end{cases}$	$x = 4,1; -1,3$
7.	$y = \begin{cases} t^2 + 2, & \text{если } t > 2 \\ \sin(t^2 + 3), & \text{если } t \leq 2 \end{cases}$	$t = -1,9; 4,4$

8.	$v = \begin{cases} 4 + t^3, & \text{если } t \leq 2 \\ \frac{1}{4 + t^3}, & \text{если } t > 2 \end{cases}$	$t = -0,5; 6,9$
9.	$z = \begin{cases} \sin(x^2 + y^2), & \text{если } x < y \\ \cos(x^2 + y^2), & \text{если } x \geq y \end{cases}$	$x = 1,2; 9,5$ $y = 6$

Продолжение таблицы 1

Вариант	Функция	Точки счета
10.	$y = \begin{cases} \frac{1 - \sin^3 x}{x}, & \text{если } x \neq 0 \\ 0,29, & \text{если } x = 0 \end{cases}$	$x = -7,3; 0$
11.	$z = \begin{cases} \sin(x + 1), & \text{если } x < -2 \\ \log_2(x^2 + 2), & \text{если } x \geq -2 \end{cases}$	$x = -3,8; -0,9$
12.	$y = \begin{cases} \sqrt{ x }, & \text{если } x < -1 \\ \sqrt{ \sin x }, & \text{если } x \geq -1 \end{cases}$	$x = -1,2; -0,5$
13.	$t = \begin{cases} 1 + e^{-2x}, & \text{если } x > 1 \\ 2,73x, & \text{если } x \leq 1 \end{cases}$	$x = 0,2; 3,5$
14.	$z = \begin{cases} \cos^2(x + y), & \text{если } x < y \\ \sin^2(x + y), & \text{если } x \geq y \end{cases}$	$x = 2,2; 5,5$ $y = 3$
15.	$y = \begin{cases} e^{-\cos^2 x} + \sqrt{x}, & \text{если } x > 0 \\ \cos^2 x + x^2, & \text{если } x \leq 0 \end{cases}$	$x = 8,1; -2,8$
16.	$z = \begin{cases} \frac{\sqrt{t+1}}{2}, & \text{если } t \leq 4 \\ \frac{1}{2+t^3}, & \text{если } t > 4 \end{cases}$	$t = -0,83; 5,7$

17.	$h = \begin{cases} \lg x, & \text{если } x > 10 \\ \frac{x}{1+x^2}, & \text{если } x \leq 10 \end{cases}$	$x = 7,3; 100$
18.	$y = \begin{cases} 1 + \ln x-1 , & \text{если } x-1 \leq 2 \\ \operatorname{tg}(x-1), & \text{если } x-1 > 2 \end{cases}$	$x = 2,3; -5,4$

Пример 2. Составить программу вычисления указанных величин при заданных значениях исходных данных (табл. 2).

Таблица 2

Вариант	Функция	Точки счета
1.	$y = \begin{cases} x^2 e^x, & \text{если } x \leq 0 \\ x + \ln(1+x), & \text{если } 0 < x < 1 \\ 3^x, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$	$x = -2,1; 0,7; 2,8$
2.	$y = \begin{cases} e^{-x^2}, & \text{если } x > 0 \\ \ln(1+x^2), & \text{если } -3 < x \leq 0 \\ \sin x^2, & \text{если } x \leq -3 \end{cases}$	$x = -6,1; 2,5; -1,4$
3.	$y = \begin{cases} x \sin^2 x, & \text{если } \sin x < 0 \\ 0,5x, & \text{если } 0 \leq \sin x < 0,5 \\ e^{\sin x}, & \text{если } \sin x \geq 0,5 \end{cases}$	$x = 2,2; 7,5; 0,23$
4.	$y = \frac{x^2(2+x)}{x^2+1} + \begin{cases} 4+x, & \text{если } x < 1 \\ 2x, & \text{если } 1 \leq x < 2 \\ x, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$	$x = 4,9; 1,8; -3,2$

5.	$s = \begin{cases} \frac{x^2 - y^3}{x + y}, & \text{если } x > y \\ \frac{y}{x^2 + y^2}, & \text{если } x \leq y \text{ и } x^2 + y^2 < 1 \\ \frac{x}{x^2 + y^2}, & \text{если } x \leq y \text{ и } x^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$	$x = 0,3; 0,9;$ $0,8$ $y = 0,85$
6.	$z = \begin{cases} x + 2y, & \text{если } x < y \\ 2x + y, & \text{если } x \geq y \text{ и } x < 4 \\ y, & \text{если } x \geq y \text{ и } x \geq 4 \end{cases}$	$x = 2; 3,5; 5$ $y = 3$
7.	$s = \begin{cases} x - y, & \text{если } x > y \\ x^2 + y^2, & \text{если } x \leq y \text{ и } x^2 + y^2 < 8 \\ (x + y)^2, & \text{если } x \leq y \text{ и } x^2 + y^2 \geq 8 \end{cases}$	$x = 3; 1,5; 2$ $y = 2$
8.	$t = \begin{cases} 3,5x, & \text{если } x > 0 \\ x + \cos x, & \text{если } -2 < x \leq 0 \\ \sin 2x, & \text{если } x \leq -2 \end{cases}$	$x = 5,7;$ $-1,8; -6,2$

Продолжение таблицы 2

Вариант	Функция	Точки счета
9.	$r = \begin{cases} \arctg \frac{y}{x}, & \text{если } x > y \\ y - x, & \text{если } x \leq y \text{ и } x + y > 1 \\ \frac{x}{1 + y^2}, & \text{если } x \leq y \text{ и } x + y \leq 1 \end{cases}$	$x = 0,5;$ $-9,5; 0,3$ $y = 0,4$
10.	$y = \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2}, & \text{если } b > a \\ -a, & \text{если } b \leq a \text{ и } a^2 + b^2 < 3 \\ -b, & \text{если } b \leq a \text{ и } a^2 + b^2 \geq 3 \end{cases}$	$a = 0,9;$ $2,5; 1,1$ $b = 1$

11.	$z = \begin{cases} (x^2 + 1)e^x, & \text{если } x \leq 1 \\ \frac{ x }{1 + x^2}, & \text{если } 1 < x < 2 \\ 1 + x + x^2, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$	$x = 0,7;$ $-1,4; -3,2$
12.	$y = x^2 + \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{если } x > 0 \\ x^2, & \text{если } -3 < x \leq 0 \\ 2x \sin x, & \text{если } x \leq -3 \end{cases}$	$x = 4,2;$ $-2,2; -3,2$
13.	$y = \begin{cases} \cos^2(x-2), & \text{если } x-2 \leq 1 \\ \cos\left(\frac{1}{x-2}\right), & \text{если } 1 < x-2 \leq 2,4 \\ (x-2)^2, & \text{если } x-2 > 2,4 \end{cases}$	$x = 3,1;$ $2,6; 7,2$
14.	$z = \begin{cases} \ln(x+1), & \text{если } x < -1 \\ (x+1)^3, & \text{если } -1 \leq x < 3 \\ 3xe^{x+1}, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$	$x = -2,7;$ $5,8; 1,2$
15.	$k = \begin{cases} e^x x , & \text{если } x \leq 1 \\ 3\sqrt{x}, & \text{если } 1 < x < 2 \\ x^3 \ln x, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$	$x = 0,7;$ $1,7; 10,2$

Продолжение таблицы 2

Вариант	Функция	Точки счета
16.	$d = \begin{cases} \sin^3 x, & \text{если } x \leq 0 \\ \lg x, & \text{если } 0 < x \leq 4 \\ e^x, & \text{если } x > 4 \end{cases}$	$x = 2,6;$ $-4,1; 5,1$

17.	$z = \begin{cases} 2^{xy}, & \text{если } x \geq y \\ x^3 - y^3, & \text{если } x < y \text{ и } x^2 + y^2 < 4 \\ \ln x+y , & \text{если } x < y \text{ и } x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$	$x = 7,5;$ $-0,9; 1,4$ $y = 1,5$
18.	$y = \frac{x^2}{1+x^2} + \begin{cases} \sqrt[3]{1+x^2}, & \text{если } x \leq 1 \\ 1+x^2, & \text{если } 1 < x \leq 10 \\ \ln(1+x^2), & \text{если } x > 10 \end{cases}$	$x = 4,5;$ $-3,2; 28,2$

Пример 3.

Для вычисления значения выражения $f(x)$ постройте функцию, которая бы возвращала текст «не определено» при недопустимых значениях переменной x . Провести вычисления для заданных значений x (табл. 3).

Таблица 3

Вариант	Функция	Точки счета
1.	$\sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$	-4; -2; 0; 1,5; 5
2.	$\ln \frac{x+1}{x-2}$	-4; -1; 0; 2; 5
3.	$\sin \sqrt{\frac{x-3}{x+1}}$	-6; -1; 2; 3; 7,5
4.	$\cos \sqrt{\frac{x+1}{x-4}}$	-4; -1; 1,5; 4; 7,8
5.	$\ln \frac{1}{(x-1)(x+2)}$	-4; -2; 0,5; 1; 5,7
6.	$\sqrt{(x-2)(x+8)} \sin \frac{1}{x-2}$	-14; -8; 0,5; 2; 5,1

Продолжение таблицы 3

7.	$\sqrt{\frac{x-1}{x+4}} \cos \frac{2\pi}{x-2}$	-5,6; -4; -2; 1; 2; 3,5
8.	$\sin \frac{\sqrt{(x-2)(x+1)}}{x-4}$	-4; -1; 0,5; 2; 4; 5,8
9.	$\sqrt{\frac{\sqrt{(x-2)(x+1)}}{x+2}}$	-4; -2; -1; 1,5; 2; 4,5
10.	$\sin \left(\sqrt{\frac{x-2}{x+1}} \frac{2}{\sqrt{x+4}} \right)$	-5; -4; -0,5; -1; 0; 2; 3,5
11.	$\ln \frac{\sqrt{(x-2)(x+1)}}{x+2}$	-4; -2; -1,5; -1; 0; 2; 5
12.	$\lg \left(\frac{\sqrt{x+6}}{(x-2)(x+3)} \right)$	-9; -6; -4; -3; 2; 3
13.	$\sqrt[3]{\frac{x-1}{(x+3)(x+2)}}$	-4; -3; -1; 0; 1; 5
14.	$\frac{\sqrt{x+7}}{(x-1)\lg(x+5)}$	-6; -5; 0; 1; 5
15.	$\lg \frac{1}{(x-1)(x+2)}$	-4; -2; 0,5; 1; 5,7
16.	$\ln \frac{x-2}{x+1}$	-3; -1; -0,5; 2; 3,5
17.	$\sqrt{(x-1)(x+1)} \sin \frac{1}{x-4}$	-4; -1; 0; 1; 2; 4; 6,5
18.	$\frac{\sqrt{x-2}}{(x+9)\ln(e^x-1)}$	-9; 0; 1; 2; 4,5

Пример 4. Составить программу для вычисления наибольшего или наименьшего из двух указанных выражений при произвольных значениях исходных величин, причем каждое выражение вычислять не более одного раза.

1. $y = \max \left\{ \frac{x}{1+e^{-x}}; \frac{e^{-x}}{1+x^2} \right\}$
2. $t = \min \left\{ \frac{r-3}{r+e^r}; \frac{e^r-3e^{-r}}{r} \right\}$
3. $r = \min \left\{ \frac{\ln a}{1+a}; \frac{a^2}{1-\ln a} \right\}$
4. $c = \max \left\{ \frac{a^2+b^2}{e^{a^2+b^2}}; \frac{\sqrt[3]{a^2+b^2}}{3} \right\}$
5. $z = \max \left\{ \frac{\ln x}{\sqrt{1+x^2}}; \frac{2 \ln x}{1+\sqrt{x}} \right\}$
6. $a = \max \left\{ \frac{x^2 e^{-x}}{e^x+4}; \frac{(x-1)\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right\}$
7. $y = \min \left\{ \frac{4xe^{-x}}{1+x}; \frac{2+x}{6+e^{-x}} \right\}$
8. $p = \max \{xe^{-x} + 3; 3e^{-x} + x\}$
9. $y = \min \left\{ \frac{2x}{1+e^{-2x}}; \frac{e^{-2x}}{1+x^4} \right\}$
10. $p = \min \{xe^{-x^2} + 4; 4e^{-x} + x\}$
11. $y = \max \left\{ \frac{x-2}{x+e^x}; \frac{e^x}{x+2} \right\}$
12. $m = \max \left\{ \frac{e^{-x^2}}{(x^3+2)}; \frac{x^3+2}{4e^{-x^2}} \right\}$
13. $u = \max \left\{ \frac{x \ln x}{3 \ln^2 x}; \frac{x}{1+\ln x} \right\}$
14. $y = \min \left\{ \frac{\ln x}{1+\ln x}; \frac{\lg x}{1+\lg x} \right\}$
15. $z = \min \left\{ \frac{e^x}{\sqrt{1+x}}; \frac{3e^x}{\sqrt{x^2+1}} \right\}$
16. $a = \max \left\{ \frac{x^2 e^x}{e^{-x^2}}; \frac{\sqrt[3]{x+1}}{1-x} \right\}$

$$17. z = \min \left\{ \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1+x^2}}; \frac{\ln x}{1-\sqrt{x}} \right\} \quad 18. a = \max \left\{ \frac{x e^{-x}}{\cos x}; \frac{6^x \sqrt{x}}{1-\sin x} \right\}$$

Пример 5. Разработать программу, которая вычисляет для целых значений аргумента одну из заданных функций в указанной точке (табл. 4).

Таблица 4

Вариант	Функции	Точки счета
1.	а) если x равен $-1, 0, 1, 2, 3$, то $y = e^x$; б) если x равен $5, 7$, то $y = x^2$; в) если x равен $4, 8, 12$, то $y = \ln x$; г) в остальных случаях $y = \cos x$.	$-5, 2, 7,$ $12, 15$
2.	а) если x равен $-5, 1, 4$, то $y = \frac{1}{x^2 + 1}$; б) если x равен $5, 6, 7, 8, 9, 10$, то $y = x^3$; в) если x равен 3 , то $y = \operatorname{tg} x$; г) в остальных случаях $y = \sin^2 x$.	$-15, 4, 8,$ $3, 11$
3	а) если x равен $1, 6$, то $y = 2^x$; б) если x равен $7, 8, 9, 10, 11, 12$, то $y = \lg x$; в) если x равен $-4, -3, -2, -1, 0$, то $y = \sqrt{1-x}$; г) в остальных случаях $y = \sin(1-x)$.	$-6, -3, 6,$ $11, 13$
4.	а) если x равен $2, 3, 4, 5$, то $y = \ln(1+x)$; б) если x равен $6, 7, 8, 9, 10$, то $y = \sqrt[3]{x}$; в) если x равен $-1, 1$, то $y = \arccos x$; г) в остальных случаях $y = x^2$.	$-9, 1, 4,$ $9, 17$

5.	<p>а) если x равен $-7, -6, -5, -4, -3$, то $y = e^{1-x}$;</p> <p>б) если x равен $-2, 4, 9$, то $y = 1 + \frac{x}{x+1}$;</p> <p>в) если x равен $3, 5, 6$, то $y = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$;</p> <p>г) в остальных случаях $y = \cos^2 x$.</p>	-8, -3, 3, 4, 12
6.	<p>а) если x равен $-3, -2, -1, 0$, то $y = \sin\left(\frac{2}{2+x}\right)$;</p> <p>б) если x равен $1, 2, 3, 4, 5$, то $y = \ln(5-x)$;</p> <p>в) если x равен $-5, 6$ то $y = (x-2)^2$;</p> <p>г) в остальных случаях $y = \operatorname{tg}(x-2)$.</p>	-7, -5, -2, 4, 7

Продолжение таблицы 4

7.	<p>а) если x равен $-4, 6$, то $y = \sqrt{ x }$;</p> <p>б) если x равен $0, 1, 2, 3, 4, 5$, то $y = \frac{2}{1+\sin x}$;</p> <p>в) если x равен $-5, 1, 9$, то $y = \sqrt[4]{15+x^2}$;</p> <p>г) в остальных случаях $y = x$.</p>	-6, -4, 0, 1, 10
8.	<p>а) если x равен $-8, 0, 7$, то $y = x^2$;</p> <p>б) если x равен $1, 2, 3, 4, 5, 6$, то $y = \sqrt[3]{3+x}$;</p> <p>в) если x равен $7, 8, 9, 10, 11$ то $y = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{3+x}\right)$;</p> <p>г) в остальных случаях $y = 3+x+\cos x$.</p>	-10, -8, 6, 11, 15
9.	<p>а) если x равен $-2, -1, 0, 1, 2$, то $y = \sqrt[3]{x+9}$;</p> <p>б) если x равен $3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$, то $y = \lg x$;</p> <p>в) если x равен $-4, 4$, то $y = \sin\left(\frac{5}{x+9}\right)$;</p>	-4, -3, -1, 10, 20

	г) в остальных случаях $y = x^3$.	
10.	а) если x равен -3, 0, 5, то $y = \operatorname{arctg} x$; б) если x равен -2, 1, то $y = x^2 + \frac{x^2}{x-2}$; в) если x равен 6, 7, 8, 9, 10, то $y = \arccos\left(\frac{1}{x}\right)$; г) в остальных случаях $y = \sqrt[3]{x}$.	-8, -2, 0, 9, 27
11.	а) если x равен -6, -5, -4, -3, то $y = \cos^2(x+1)$; б) если x равен -2, -1, 0, 1, 2, то $y = \ln x+1 $; в) если x равен -7, 10, то $y = \arcsin\left(\frac{2}{x^2}\right)$; г) в остальных случаях $y = -x^3$.	-10, -4, 2, 5, 10

Продолжение таблицы 4

12.	а) если x равен -3, -2, -1, 0, 1, то $y = \cos(1-x)$; б) если x равен -4, 1, то $y = \operatorname{arctg}(1-x)$; в) если x равен -5, 6, 10, то $y = (1-x)^2$; г) в остальных случаях $y = 1-x$.	-6, -5, -4, 1, 12
13.	а) если x равен -2, 2, то $y = \arcsin(x^2)$; б) если x равен 3, 4, 5, 6, 7, 8, то $y = e^{x-3}$; в) если x равен 9, то $y = \log_3^2 x$; г) в остальных случаях $y = -x$.	-5, -2, 4, 9, 25
14.	а) если x равен -7, -6, -5, -4, то $y = \cos(3-x)$; б) если x равен -3, -2, -1, 0, 1, то $y = \lg(7-x)$; в) если x равен 2, 9 то $y = \sin(3-x)$;	-8, -5, -3, 2, 10

	г) в остальных случаях $y = \operatorname{tg}(7 - x)$.	
15.	а) если x равен $-2, 4, 5$, то $y = \ln x + 1 $; б) если x равен $6, 7, 8, 9, 10$, то $y = x^{x-4}$; в) если x равен $-4, 11$, то $y = \sin^2 x$; г) в остальных случаях $y = -x$.	$-5, -2, -6,$ $11, 20$
16.	а) если x равен $-1, 1$, то $y = \arccos x$; б) если x равен $2, 3, 4, 5, 6, 7$, то $y = x + 1$; в) если x равен $-6, 0, 8$, то $y = \log_2^3 x $; г) в остальных случаях $y = \sqrt{ x }$.	$-16, -1, 3,$ $8, 25$
17	а) если x равен $-3, -2, 2$, то $y = x + 3$; б) если x равен $4, 5, 6, 7, 8$, то $y = \sin(x + 3)$; в) если x равен $-1, 1$, то $y = x + 3 + \arcsin x$; г) в остальных случаях $y = \ln x + 3 $.	$-4, -3, -1,$ $6, 11$
18.	а) если x равен $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ то $y = x^2 + 1$; б) если x равен $4, 5, 6, 7, 8$, то $y = \sqrt[3]{x^2 + 1}$; в) если x равен $-3, -5$, то $y = \sin^2 x$; г) в остальных случаях $y = -x^2$.	$-7, -3, 2,$ $5, 9$

ОПЕРАТОРЫ ЦИКЛА

Важнейшим элементом программирования, помимо условного оператора, является оператор цикла. В обычном MathCAD – документе использование дискретной переменной фактически аналогично применению оператора цикла, используемого для вычисления одного выражения. MathCAD вычисляет выражение сверху вниз и переходит к следующему выражению, лишь завершив все вычисления предыдущего выражения, поскольку вернуться к нему уже не сможет. Если же в каждом цикле должно быть вычислено несколько выражений, необходимо составлять программу.

Использование дискретных переменных внутри программ невозможно.

Оператор цикла применяется для программирования циклических вычислительных процессов. Циклическая структура процесса вычислений предполагает, что для получения результата некоторые действия необходимо выполнить несколько раз.

Процессы вычислений циклической структуры можно разделить на три группы:

- циклические процессы, для которых количество повторений известно – *счетные циклы* или *циклы с заданным числом повторений*;

- циклические процессы, завершающиеся по достижении или нарушении некоторых условий – *итерационные циклы*;

- циклические процессы, для которых возможны два варианта выхода из цикла: выход по завершении циклического процесса и досрочный выход по какому-либо дополнительному условию – *поисковые циклы*.

Графические элементы структуры цикла:

1. Цикл с заранее известным числом повторений (рис. 11)

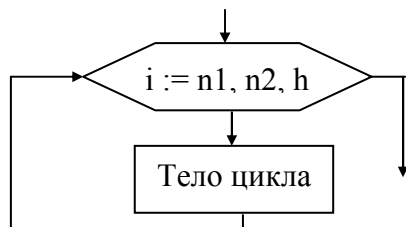


Рисунок - 11

2. Цикл с постусловием (рис. 12)

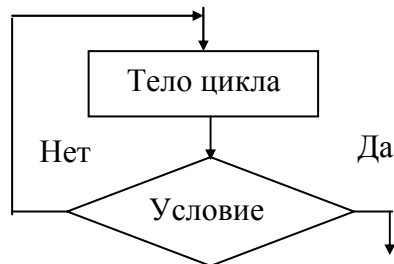


Рисунок - 12

3. Цикл с предусловием (рис. 13)

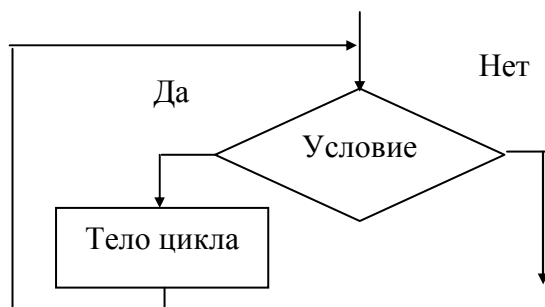


Рисунок - 13

Панель программирования MathCAD содержит два оператора цикла, **for** и **while**:

- если число выполнений цикла заранее известно, используется оператор **for**.

- если цикл должен завершиться по выполнении некоторого условия, и момент выполнения этого условия неизвестен, используется оператор **while**.

Рассмотрим каждый из них.

Оператор for

В цикле **for** число повторений определяется переменной, задаваемой в начале цикла. Рассмотрим создание такого цикла:

- Установите курсор на свободное место ввода в программе (справа от вертикальной черты).

- На панели программирования нажмите кнопку **for**. Появится шаблон с тремя местами ввода.

- Справа от слова «**for**» введите имя переменной цикла. После знака \in введите диапазон изменения переменной цикла так же, как это делается с помощью дискретной переменной. Переменной цикла может быть ряд чисел, или вектор, или список скаляров, диапазонов, векторов, разделенных запятой.

- В оставшееся поле ввода (внизу, под словом «**for**») введите выражение, которое вычисляется в цикле.

- Если в цикле надо вычислять несколько выражений, то вначале установите курсор на место ввода и нажмите кнопку Add Line (или клавишу `]`) столько раз, сколько строк будет содержать цикл. Затем заполните все места ввода, введя нужные выражения. Удалите лишние места ввода.

Рассмотрим несколько примеров на применение оператора цикла `for`.

Задача 1

Составить программу для табулирования функций $f(x) = 0,5 \sin^2(x + 3)$ и $g(x) = \frac{2x}{(3+x)^2} \ln(3+x)$ при изменении x от 0,9 до 2,1 с шагом 0,2. В первой колонке печатать x , во второй - $f(x)$, в третьей - $g(x)$.

Решение представлено на рис. 14.

```

ORIGIN := 1
Z :=
  a ← 0.9
  b ← 2.1
  h ← 0.2
  Zag ← ("x" " f(x)" " g(x) ")
  n ← 1
  for x ∈ a, a + h.. b
    c ← x + 3
    fn ← 0.5 · sin(c)2
    gn ←  $\frac{2 \cdot x}{c} \cdot \ln(c)$ 
    x1n ← x
    n ← n + 1
  Q<1> ← x1
  Q<2> ← f
  Q<3> ← g
  Q
  Q1 ← stack(Zag, Q)

```

Результат

"x"	" f(x)"	" g(x) "
0.9	0.237	0.161
1.1	0.335	0.185
1.3	0.42	0.205
1.5	0.478	0.223
1.7	0.5	0.238
1.9	0.483	0.252
2.1	0.429	0.263

Z =

Рисунок 14 - MathCAD-документ с решением задачи 1

Задача 2

Разработать программу, которая определяет первый отрицательный элемент последовательности значений функции $y(x) = \sin x$ при изменении x на интервалах $[2,5]$ и $[7,9]$ с шагом 0,5.

Решение для данных интервалов изменения x представлено соответственно на рис. 15-16.

```
ORIGIN := 1
x1 := | a ← 2
      | b ← 5
      | h ← 0.5
      | n ← 1
      | for x ∈ a, a + h.. b
      |   | if sin(x) < 0
      |   |   | z ← x
      |   |   | break
      |   | z ← "отрицательный элемент не найден" otherwise
      |   | n ← n + 1
      | z
      | x1 = 3.5    Результат
```

Рисунок 15 - MathCAD-документ с решением задачи 2

```

ORIGIN := 1
x1 := | a ← 7
      | b ← 9
      | h ← 0.5
      | n ← 1
      | for x ∈ a, a + h.. b
      |   | if sin(x) < 0
      |   |   | z ← x
      |   |   | break
      |   | z ← "отрицательный элемент не найден" otherwise
      |   | n ← n + 1
      | z
x1 = "отрицательный элемент не найден" Результат

```

Рисунок 16 - MathCAD-документ с решением задачи 2

Вычисление конечных сумм и произведений

Задача 3

Вычислить сумму $S = \sum_{i=1}^{i2} \frac{i^2}{i^2 + 3}$. Вычисления провести для:

$i1 = 1$ и $i2 = 8$.

Решение представлено на рис. 17.

S :=	i1 ← 1	
	i2 ← 8	
	S0 ← 0	Результат
	for i ∈ i1..i2	S = 6.127
	a ← i ²	
	S0 ← S0 + $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{a} + 3}$	
	S0	
	S0	

Рисунок 17 - MathCAD-документ с решением задачи 3

Задача 4

Найти сумму S всех целых чисел, кратных k на отрезке $[M, N]$. Вычисления провести для: $k = 3, M = 1, N = 10$.

Эта задача похожа на предыдущую. Отличие состоит в том, что, просматривая все числа из интервала $[M, N]$, мы должны проверить, делится ли число k без остатка на 3 прежде, чем его суммировать к S . Для проверки деления используется встроенная функция `mod` – деление с остатком целых чисел.

Решение представлено на рис. 18.

S :=	M ← 1	
	N ← 10	
	k ← 3	Результат
	S0 ← 0	S = 18
	for i ∈ M..N	
	S0 ← S0 + i if (mod(i,k)) = 0	
	S0	
	S0	

Рисунок 18 - MathCAD-документ с решением задачи 4

Задача 5

Вычислить сумму $S = \sum_{n=N1}^{N2} \frac{n+1}{n!}$. Здесь $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ -

факториал.

Вычисления провести для: $N1 = 3$ и $N2 = 11$.

Решение представлено на рис. 19.

S :=	N1 ← 3	
	N2 ← 11	
	V0 ← 1	
	S0 ← 0	
	for n ∈ N1.. N2	Результат
	V0 ← V0 · n	S = 1.873
	a ← $\frac{n+1}{V0}$	
	S0 ← S0 + a	
	S0	

Рисунок 19 - MathCAD-документ с решением задачи 5

Вложенный арифметический цикл

Под вложенным арифметическим циклом понимают такую алгоритмическую структуру, при которой в тело одного цикла с параметром включен другой цикл со своим параметром.

Задача 6

Вычислить сумму $S = \sum_{k=1}^{10} k^3 \sum_{p=1}^{15} (k-p)^2$.

Решение представлено на рис. 20.

S :=	S0 ← 0 for k ∈ 1.. 10 R ← 0 for p ∈ 1.. 15 a ← (k - p)² R ← R + a S0 ← S0 + k³ · R S0	Результат S = 983455
-------------	--	---------------------------------------

Рисунок 20 - MathCAD-документ с решением задачи 6

Арифметический цикл с рекуррентной зависимостью

Многие циклические вычислительные процессы используют рекуррентные зависимости при решении различных математических задач. В общем виде формулу для рекуррентных вычислений можно представить так:

$$y_i = F(y_{i-1}, y_{i-2}, \dots, y_{i-k}).$$

В этой рекуррентной формуле для вычисления *i*-го члена последовательности y_i , где $i \geq k$, используется *k* предыдущих членов последовательности $y_{i-1}, y_{i-2}, \dots, y_{i-k}$. Для вычисления по этой формуле нужно задать *k* первых членов последовательности y_0, y_1, \dots, y_{k-1} .

Задача 7

Элементы последовательности вычисляются рекуррентно по формуле $a_n = \frac{1}{3}a_{n-1}$. Составить программу для вычисления и печати числа элементов последовательности, удовлетворяющих неравенству $0,1 \leq a_n \leq 9$, если $a_0 = 27$, и значения n изменяются от 1 до 10.

Анализ задачи.

Пусть m - число вычисляемых элементов последовательности,

k - число элементов, удовлетворяющих условию $0,1 \leq a_n \leq 9$.

Тогда $k_n = \begin{cases} k_{n-1} + 1, & \text{если } 0,1 \leq a_n \leq 9 \\ k_{n-1} & , \text{ условие не выполнено} \end{cases} \quad i \in 1:10$

$k = 0$ - начальное значение k .

Решение представлено на рис. 21.

k :=	k0 ← 0	
	a ← 27	
	m ← 10	
	for n ∈ 1.. m	Результат
	a ← $\frac{a}{3}$	k = 5
	k0 ← k0 + 1 if 0.1 ≤ a ≤ 9	
	k0	

Рисунок 21 - MathCAD-документ с решением задачи 7

Оператор while

Оператор **while** служит для организации циклов, действующих до тех пор, пока выполняется некоторое Условие. Этот оператор записывается в виде:

while Условие

Выполняемое выражение записывается на место шаблона.

Задача 8

Последовательность $\{X_n\}$ определена следующим образом:

$$X_n = \frac{n^2 + 2}{3 \cdot n^2 - n + 1}, n = 1, 2, 3, \dots \text{ Найти предел последовательности}$$

$\{X_n\}$, принимая за него такое X_n при котором $|X_n - X_{n-1}| < \varepsilon$, где $\varepsilon = 0,00001$.

Решение представлено на рис. 22.

<pre> X := x0 ← 1 ε ← 0.00001 n ← 1 X1 ← 1/9 while X1 - X0 > ε X0 ← X1 X1 ← (n² + 2) / (3·n² - n + 1) n ← n + 1 X1 </pre>	<p>Результат</p> <p>X = 0.334</p>
--	---

Рисунок 22 - MathCAD-документ с решением задачи 8

Задача 9

Вычислить $Y = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$. Вычисления остановить при

выполнении условия $\frac{n}{2^n} < \varepsilon = 0,0001$.

Решение представлено на рис. 23.

Y :=	<pre> Y0 ← 0 ε ← 0.0001 n ← 1 a ← 0.5 while a > ε a ← $\frac{n}{2^n}$ Y0 ← Y0 + a n ← n + 1 Y0 </pre>	<p>Результат</p> <p>Y = 2</p>
-------------	---	---

Рисунок 23 - MathCAD-документ с решением задачи 9

Вычисление суммы бесконечного ряда с использованием рекуррентной формулы

Для вычисления на компьютере сумм бесконечного ряда часто используют рекуррентные формулы, с помощью которых друг за другом вычисляют значения членов бесконечной последовательности. Как правило, рекуррентные формулы программист должен составить сам. Часто рекуррентная формула для бесконечного ряда находится путем деления соседних членов ряда друг на друга.

Задача 10

Вычислить $Y = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} X^{2i}$. Вычисления ряда окончить

при выполнении условия $\left| \frac{X^{2i}}{(2i)!} \right| < \varepsilon$. Вычисления провести для:

$\varepsilon = 0,001$; $X = 0,86$ и $X = 1,5$.

Из соответствующих разделов математики известно, что суммой ряда называется предел, к которому стремится последовательность частичных сумм данного ряда, если он существует. Если такой предел существует, то ряд называется сходящимся, в противном случае - расходящимся. Также известно, что знакопеременный ряд сходится, если $|r_n| > |r_{n+1}|$, где r_n и r_{n+1} - соответственно n -й и $n+1$ -й члены ряда.

Кроме того, доказано, что $|S - S_n| \leq |r_{n+1}|$, где S - сумма ряда, а S_n - сумма n членов ряда.

Следовательно, для получения требуемого результата будем накапливать частичную сумму элементов ряда, пока очередной член ряда не станет меньше заданной погрешности: $|r_n| < \varepsilon$.

Для решения нашей задачи необходимо использовать рекуррентную формулу.

$$Y = \sum_{i=1}^{\infty} A_i, \text{ где } A_i = \frac{(-1)^i}{(2i)!} X^{2i}.$$

Тогда условие окончания вычислений выглядит так: $|A_i| < \varepsilon$.

Найдем рекуррентную формулу. Для этого поделим два соседних члена A_i, A_{i-1} .

$$\frac{A_i}{A_{i-1}} = \frac{\frac{(-1)^i}{(2i)!} X^{2i}}{\frac{(-1)^{i-1}}{(2 \cdot (i-1))!} X^{2 \cdot (i-1)}} = - \frac{X^2}{2 \cdot i \cdot (2 \cdot i - 1)}.$$

Отсюда находится рекуррентная формула:

$$A_i = -\frac{X^2}{2 \cdot i \cdot (2 \cdot i - 1)} \cdot A_{i-1}; i = 2, 3, \dots \quad A_1 = -\frac{X^2}{2}.$$

Решение представлено на рис. 24.

<pre> Y := Y0 ← 0 ε ← 0.001 X ← 0.86 i ← 1 a ← $\frac{-X^2}{2}$ while a > ε if X < 1 a ← $\frac{-X^2}{2 \cdot i \cdot (2 \cdot i - 1)} \cdot a$ Y0 ← Y0 + a i ← i + 1 Y0 ← "ряд расходится" otherwise Y0 </pre> <p>Y = 0.129 Результат</p>	<pre> Y := Y0 ← 0 ε ← 0.001 X ← 1.5 i ← 1 a ← $\frac{-X^2}{2}$ while a > ε if X < 1 a ← $\frac{-X^2}{2 \cdot i \cdot (2 \cdot i - 1)} \cdot a$ Y0 ← Y0 + a i ← i + 1 Y0 ← "ряд расходится" otherwise Y0 </pre> <p>Y = "ряд расходится" Результат</p>
--	--

Рисунок 24 - MathCAD-документ с решением задачи 10

Варианты задания

Задача 1. Составить программу для табулирования функций $f(x)$ и $g(x)$ при изменении x от a до b с шагом h . В первой колонке печатать x , во второй - $f(x)$, в третьей - $g(x)$. Исходные данные приведены в табл.5.

Таблица 5

Вариант	$f(x)$	$g(x)$	a	b	h
1.	$0,5 \sin^2 x$	$\frac{2x}{4+x^2} \ln(3+x)$	0,3	0,36	0,01
2.	$\frac{4 \arctg x}{1+x^2}$	$\frac{3,5x \sin x}{7x^2+2x+1}$	0,12	0,22	0,02
3.	$\frac{1}{\ln 2} \ln \left \frac{x-1}{x+1} \right $	$x \sin^2(x-3) + x$	0,1	3,6	0,5
4.	$\frac{2 \cdot 10^{-2} \ln x}{x}$	$\frac{x}{x^2-4x+5}$	1,2	2,2	0,2
5.	$\frac{x e^{x-1}}{x^2+1}$	$(4-x) \ln(1+ x)$	0,3	1,1	0,1
6.	$2x e^{x^2-x}$	$\frac{1}{2} x e^{x(x^2-1)}$	0,5	1,5	0,2
7.	$(\sqrt{1-x^2} + x) \sin \frac{2}{x}$	$\sqrt{1-x^2} - x^2 \sin \frac{2}{x}$	0,1	0,15	0,01
8.	$\frac{x}{3,56} \arctg x$	$\frac{x^2-3x+3}{x^2-x+1}$	0,5	0,7	0,02
9.	$\frac{2x^2 - \ln x}{2-x}$	$e^x (x-2)$	1,5	1,6	0,01

10.	$\frac{1}{2}(x-1)e^{x-3}$	$\frac{x-3}{x+1}e^{(x-1)^2}$	2,0	2,7	0,1
11.	$\frac{2\sin(2x)+1}{1+\cos^2 x}$	$e^{-x^2}(2x+1)$	-1,5	1,0	0,5

Продолжение таблицы 5

Вариант	$f(x)$	$g(x)$	a	b	h
12.	$\frac{(x+5)^3}{1+\sin^2 x}$	$1+2^x$	-1,2	0,4	0,2
13.	$\sqrt{x^4+1}+e^{-x}$	$x^{\frac{1}{5}}+1$	0,2	0,7	0,1
14.	$\frac{e^{3x}+5}{2-x}$	$4\cos(3x)-3$	0,1	0,8	0,1
15.	$\frac{1-3^{2x}}{3x+5}$	$\frac{\sqrt[3]{x+4}}{\ln x}$	0,3	1,2	0,1
16.	$\frac{\sin x}{1+\sin x}3^{1+\sin x}$	$\frac{1}{4}xe^{x^2(x-1)}$	1,5	2,5	0,1
17.	$\frac{1}{4}(x^2+1)e^{x^2+1}$	$\frac{x+4}{x-1}e^{(x-1)^2}$	3,0	3,9	0,1
18.	$\arctg\left(\frac{x+1}{2}\right)e^{x+1}$	$\sqrt{1+x^3}+x^3\cos\frac{3}{x}$	0,2	0,28	0,01

Задача 2. Разработать программу, которая определяет первый отрицательный (положительный) элемент последовательности значений функции $f(x)$ при изменении x в интервале $[a, b]$ с шагом h . Исходные данные приведены в табл. 6.

Таблица 6

Вариант	$f(x)$	a	b	h	Первый элемент
---------	--------	-----	-----	-----	----------------

1.	$\frac{1}{2} \cos x$	1	3	0,25	отрицательный
2.	$\frac{1}{4} \operatorname{arctg} x$	-1	2	0,5	положительный
3.	$\frac{1}{3} \operatorname{arccos} x$	-1	-0,5	0,1	отрицательный
4.	$\frac{1}{2} \ln(x+2)$	-1,3	0,1	0,2	положительный

Продолжение таблицы 6

Вариант	$f(x)$	a	b	h	Первый элемент
5.	$0,1 - \sin(x-1)$	1	1,5	0,1	отрицательный
6.	$\frac{1}{3} \sqrt[3]{x+3}$	-5	0	1	положительный
7.	$2^{-x} - 0,05$	0	6	1	отрицательный
8.	$\frac{1}{2} \lg(0,2+x)$	0,7	1	0,05	положительный
9.	$\frac{2}{3} \cos(x+1)$	0,25	1,25	0,25	отрицательный
10.	$\frac{x+1}{x-1}$	-0,5	0,7	0,3	положительный
11.	$ \sin x - \frac{1}{2}$	-0,8	-0,2	0,1	отрицательный
12.	$\frac{2}{3} x^2 - 1$	0,9	1,2	0,05	положительный
13.	$\frac{1}{5} \operatorname{arcsin} x$	0,6	1	0,1	отрицательный
14.	$\frac{1}{2} - \cos x$	0,9	1,2	0,05	положительный

15.	$\frac{1}{2} - \sin x$	0,4	0,7	0,05	отрицательный
16.	$\frac{1}{4} \ln x$	0,2	0,8	0,1	положительный
17.	$\sqrt[4]{x+4}$	-3	2	1	отрицательный
18.	$\frac{1}{3} \ln_2(x+1)$	1	7	1	положительный

Задача 3. Составить программу для вычисления суммы

$\sum_{i=m}^n f(i)$. Исходные данные приведены в табл.7.

Таблица 7

Вариант	$f(i)$	m	n
1.	$\frac{(-1)^i}{(i+1)!}$	0	8
2.	$\frac{e^i}{(i+2)!}$	1	7
3.	$\frac{i+1}{(i+1)!}$	1	9
4.	$\frac{1}{\sqrt{(i+1)!}}$	1	10
5.	$\frac{2}{(i+1)!}$	1	7
6.	$3^i(i+3)!$	1	6
7.	$\frac{(-1)^i}{i!}$	1	6

Продолжение таблицы 7

Вариант	$f(i)$	m	n
10.	$\frac{(i+1)!}{3^i}$	1	6
11.	$\frac{e^{3i}}{(i+1)!}$	1	8
12.	$\frac{\sqrt{i+1}}{(i+1)!}$	1	10
13.	$\frac{(i+1)!}{2^i}$	1	6
14.	$5^i(i+2)!$	1	5
15.	$\frac{2^i+2}{i!}$	1	10
16.	$\frac{4^i}{(i+2)!}$	2	7

8.	$(i+2)! \ln i$	2	6
9.	$\frac{(i+3)!}{2^i}$	1	8

17.	$\frac{2^i}{(i-1)!}$	1	8
18.	$\frac{3^i}{(i+1)!}$	1	6

Задача 4. Элементы последовательности заданы рекуррентно (табл. 8). Составить программу вычисления числа элементов последовательности, удовлетворяющих указанному неравенству.

Таблица 8

Вариант	Формула	Изменение i		Начальное значение	Неравенство
		от	до		
1.	$a_i = \frac{1}{2} a_{i-1}$	1	20	$a_o = 6$	$a_i > 1$
2.	$a_i = i + \sqrt{a_{i-1}}$	1	10	$a_o = 1$	$a_i < 5$

Продолжение таблицы 8

Вариант	Формула	Изменение i		Начальное значение	Неравенство
		от	до		
3.	$a_i = 3a_{i-1}$	1	12	$a_o = 2$	$a_i > 100$
4.	$a_i = -2a_{i-1}$	1	20	$a_o = 1$	$a_i < 40$
5.	$a_i = 2a_{i-1} - \sqrt{a_{i-1}}$	1	10	$a_o = 2$	$a_i > 15$
6.	$a_i = 4a_{i-1} + 2$	1	20	$a_o = 1$	$a_i < 14$
7.	$a_i = i(2 + a_{i-1})$	1	6	$a_o = -1$	$a_i > 500$
8.	$a_i = -a_{i-1} + 2$	1	15	$a_o = 100$	$a_i < 10$

9.	$a_i = a_{i-1}$	1	10	$a_o = 1,2$	$a_i > 5$
10.	$a_i = -\frac{a_{i-1} + 3}{2a_{i-1} + 1}$	1	10	$a_o = 2$	$a_i < 3$
11.	$a_i = 2 + \sqrt{a_{i-1}}$	1	12	$a_o = 1$	$a_i > 10$
12.	$a_i = 4a_{i-1} + 1$	1	12	$a_o = 2$	$a_i < 150$
13.	$a_i = \frac{1}{4}a_{i-1}$	1	15	$a_o = 36$	$a_i > 0,1$
14.	$a_i = 2\sqrt{a_{i-1}} + 6$	1	11	$a_o = 64$	$a_i > 10$
15.	$a_i = -\frac{3a_{i-1}}{a_{i-1} - 1}$	1	14	$a_o = 3$	$a_i > 4$
16.	$a_i = 7a_{i-1} - 8$	1	18	$a_o = 1$	$a_i > -20$
17.	$a_i = \frac{7a_{i-1}}{2a_{i-1} + 1}$	1	15	$a_o = 1$	$a_i < 5$
18.	$a_i = a_{i-1} + 1$	1	12	$a_o = 1,5$	$a_i > 3$

Задача 5. Составить программу для вычисления предела последовательности $\{X_n\}$. Вычисления провести с точностью ε . Исходные данные приведены в табл. 9.

Таблица 9

Вариант	$\{X_n\}$	ε .
1.	$\frac{n}{\sqrt{n^2 + 3} + 2 \cdot \sqrt{n^2 - 1}}, n = 1, 2, 3 \dots$	0,001

2.	$\frac{\sin(n) - a \tan(n)}{n^3}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,0001
3.	$\frac{5}{n^2 + 3}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,00001
4.	$\frac{\sin(3 \cdot n)}{\ln(1 + 2 \cdot n)^2}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,0001
5.	$\frac{n^3}{n^2 - 3 \cdot \sqrt{n^6 + 2}}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,001
6.	$\frac{2 \cdot n + 1}{[(2 \cdot n + 1)^2 + 1/4]^2}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,00001
7.	$\frac{1}{n(n^2 + 1/4)}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,0001
8.	$\frac{2 \cdot n + 1}{[(2 \cdot n + 1)^2 - 1/4]^2}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,001
9.	$\frac{1}{n(n^2 + 1)}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,01
10.	$\frac{2 \cdot n + 1}{[(2 \cdot n + 1)^2 + 1]^2}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,001

Продолжение таблицы 9

Вариант	$\{X_n\}$	$\varepsilon.$
11.	$\frac{1}{n(n^2 - 1/4)}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,00001

12.	$\frac{n}{(n^2 + 1)^2}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,0001
13.	$\frac{n}{(n^2 + 1/4)^2}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,001
14.	$\frac{1}{n(n^2 - 1/9)}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,01
15.	$\frac{n}{(n^2 - 1/4)^2}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,001
16.	$\frac{n}{\sqrt{2n^2 + 1}}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,0001
17.	$\frac{n}{5n^2 + 6n + 4}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,001
18.	$\frac{2 \cdot n + 1}{[(2 \cdot n + 1)^2 - 1/9]^2}, n = 1, 2, 3, \dots$	0,01

Задача 6. Разработать программу, определяющую сумму ряда

$S = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)$ с точностью ε . Исходные данные приведены в

табл. 10.

Таблица 10

Вариант	$f(k)$	ε .
1.	$\frac{1}{(k+1)(2k+1)}$	0,001

Продолжение таблицы 10

2.	$\frac{1}{(k+1)(8k+3)}$	0,001
3.	$\frac{1}{(k+1)(8k+5)}$	0,0001
4.	$\frac{(-1)^k}{(k+1)(3k+2)}$	0,0001
5.	$\frac{(-1)^k}{(2k+1)(4k+1)}$	0,0001
6.	$\frac{1}{(2k+1)(4k+7)}$	0,001
7.	$\frac{(-1)^k}{(3k+2)(6k+1)}$	0,0001
8.	$\frac{(-1)^k}{(k+1)(4k+1)}$	0,001
9.	$\frac{1}{(2k+1)(4k+5)}$	0,01
10.	$\frac{(-1)^n}{(3k+1)(6k+5)}$	0,0001
11.	$\frac{1}{(3k+2)(3k+4)}$	0,0001
12.	$\frac{(-1)^k}{(3k+2)(3k+4)}$	0,0001

13.	$\frac{1}{(3k+1)(6k+1)}$	0,001
-----	--------------------------	-------

Продолжение таблицы 10

14.	$\frac{1}{(4k+1)(4k+5)}$	0,001
15.	$\frac{(-1)^k}{(k+1)(4k+3)}$	0,0001
16.	$\frac{1}{(4k+1)(k+9)}$	0,01
17.	$\frac{(-1)^k}{(2k+1)(5k+2)}$	0,0001
18.	$\frac{(-1)^k}{(2k+2)(3k+9)}$	0,001

Задача 7. Разработать программу, определяющую сумму ряда $S = \sum_{n=0}^{\infty} f(x_n)$ для значений x с точностью ε . Исходные данные приведены в табл. 11.

Указание: предварительно необходимо составить рекуррентную формулу.

Таблица 11

Вариант	$f(x_n)$	x	ε .
1.	$\frac{x^n}{(n+1)!}$	0,45 и 2,83	0,01

2.	$\frac{1}{n!}x^n$	0,76 и 1,65	0,0001
3.	$\frac{1}{(n+2)!}x^n$	0,84 и 3,11	0,001
4.	$\frac{(-1)^n}{(2n+3)!}x^n$	0,29 и 1,54	0,00001

Продолжение таблицы 11

5.	$\frac{1}{n!(n+1)}x^{n+1}$	0,44 и 5,71	0,001
6.	$\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1}$	0,19 и 2,13	0,00001
7.	$\frac{1}{(3n+1)!}x^n$	0,21 и 4,97	0,01
8.	$\frac{(-1)^n}{(4n+1)!}x^{4n+1}$	0,91 и 1,34	0,001
9.	$\frac{1}{(3n+2)!}x^{2n+2}$	0,37 и 2,83	0,0001
10.	$\frac{x^n}{(n+2)!}$	0,05 и 2,83	0,00001
11.	$\frac{x^n}{(n+4)!}$	0,13 и 6,07	0,01
12.	$\frac{1}{(3n+1)!}x^{3n+1}$	0,82 и 1,43	0,001
13.	$\frac{(-1)^n}{(6n+1)!}x^{3n+1}$	0,66 и 9,54	0,0001

14.	$\frac{(-1)^n}{(4n+3)!} x^{4n+3}$	0,44 и 7,22	0,00001
15.	$\frac{x^n}{(n+3)!}$	0,25 и 4,15	0,01
16.	$\frac{x^{2n+1}}{(n+5)!}$	0,61 и 1,27	0,001
17.	$\frac{(-1)^n}{(3n+1)!} x^{3n+1}$	0,91 и 3,19	0,0001
18.	$\frac{(-1)^n}{(2n+3)!} x^{2n}$	0,17 и 1,83	0,00001

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И.Л. Акулич - Издательство: Лань, 2009, 352 с.
2. Алексеев Е.Р. Основы работы в математическом пакете MathCAD. / Е.Р Алексеев, О.В Чеснокова. Издательство: ДонНТУ, 2012, 187 с.
3. Алексеев Е.Р. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. / Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В -. Издательство: НТ Пресс, 2006, 496 с.
4. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15: Учебный курс. / Е.Г. Макаров - СПб.: Питер, 2011, 400 с.
5. Соболев Б.В. Практикум по вычислительной математике. / Б.В. Соболев, Б.Ч. Месхи, И.М. Пешхоев Издательство: Феникс, 2008, 352 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Общие сведения.....	4
Условный оператор if.....	6

Варианты задания.....	14
Операторы цикла.....	25
Оператор for.....	27
Оператор while.....	35
Варианты задания.....	40
Рекомендательный библиографический список.....	51