Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра информатики и компьютерных технологий

ВВЕДЕНИЕ В ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Решение математических задач средствами MS Excel

Методические указания к практическим занятиям для студентов специальностей 21.05.02, 21.05.03

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2023

УДК 004.432.2

ВВЕДЕНИЕ В ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ. ***Решение математических задач средствами MS Excel***: Методические указания к практическим занятиям / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *С.Ю. Кротова Е.Н. Овчинникова* СПб. 2023. 53 с.

В методическом пособии описан теоретический материал и практические задания для выполнения практических занятий. Представлены примеры решения математических задач по средствами MS Excel. Рассматриваются общие приемы работы с формулами и функциями, построение диаграмм различных типов, решение уравнений и систем, вычисление матричных операций.

Методические указания предназначены для студентов специальностей 21.05.02 «Прикладная геология», 21.05.03 «Технология геологической разведки».

Табл.18 Ил. 26 Библиогр.: 5 назв.

Научный редактор доц. *А.Е. Ильин*

Рецензент: *К. В. Столяров*

Введение

Microsoft Excel представляет собой достаточно эффективное средство представления, быстрой обработки и анализа данных, включающее в себя как электронные таблицы и инструменты для работы с ними, так и средства визуального программирования.

В процессе работы с электронными таблицами, возможно производить обработку чисел, вводить формулы и функции для их автоматического выполнения. Данный пакет позволяет пользователю получать с минимальными затратами усилий как количественные, так и качественные оценки решаемых задач. Для чего легко представить данные в идее диаграмм различного вида, а большие объемы данных в виде массивов.

В данном методическом пособии представлены примеры заданий по решению математических задач средствами Excel. Последовательное освоение приемов работы с таблицами, копирования данных, работа с формулами и функциями дает возможность обучающимся перейти к более сложным задачам, таким как построение диаграмм различного типа, решение уравнений и систем, выполнение матричных операций и вычисление определенных интегралов.

В данном пособии представлено как подробное описание выполнения каждого задания, так и варианты заданий для самостоятельного решения.

1. Создание таблиц. Работа с формулами и функциями. Абсолютные и относительные ссылки. Построение диаграмм

Задание 1.

1. Создать таблицу и заполнить в соответствии с образцом (рис.1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	Порядковый номер	Номер рейса	Модель самолета	Маршрут	Дата отправления	Время отправления, ч, мин	Цена билета для детей, руб	Цена билета для взрослых, руб.	Разница во времени с Москвой в пункте	Скидка для пенсионеров,%	Цена билета для пенсионеров, руб.	Время прибытия местное, ч, мин	Время полета, ч, мин	Погодные условия в пункте прибытия	Время задержки рейса, ч, мин	Причина задержки	Время стоянки для дозаправки, ч, мин
2	1	3405	ТУ-154	С.Пб-Москва	21.09.2023	23:30		1500	0	5			2:00	дождь слякоть	1:00	погода	0:00
3	2	8907	ТУ-134	С.Пб-Краснодар	16.05.2023	15:20		2250	0	5			4:00	солнце 26С	0:00		0:00
4	3	6412	ИЛ-86	Москва- Сан-Франциско	20.06.2023	21:45		7500	12	7			12:55	солнце 40С	2:00	тех.пр	1:30
5	4	8100	Боинг-747	Москва-Флорида	30.07.2023	0:30		8250	7	8			8:00	дождь 25С	0:00		0:00
6	5	1040	А-310	С.Пб-Акапулько	17.03.2023	12:00		9000	12	5			13:30	тепло, 26С	0:00		1:30
7	6	8610	Ил-62	Киев-Стамбул	23.02.2023	13:50		9450	0	4			2:10	знойно 42С	2:50	тех.пр	0:00
8	7	2203	ТУ-204	Москва-Одесса-Майами	15.01.2023	16:30		10500	7	5,5			11:30	жарко 37С	0:00		0:30

Рис.1.1 Задание 1

2. Заполнить ячейки, рассчитав необходимые параметры по следующим формулам:

   1) Цена билетов для детей равна 50% цены битета для взрослых:

      в столбце G:=0,5*H2.

   2) Цена билета для пенсионеров равна цене билета для взрослых минус скидка для пенсионеров:

      в столбце К:=H2-(H2*J2/100)

3) Если сумма времени отправления , времени полета времени задержки, времени стоянки, разницы во времени Москвы больше времени в сутках, то от этой суммы надо отнять количество часов в сутках, иначе вывести данную сумму:

В столбце L:=ЕСЛИ(F2+M2+O2+Q2+I2>24;
F2+O2+Q2+M2+I2-24;
F2+M2+Q2 +O2+I2)

3. Создать итоговую таблицу и рассчитать следующие значения (Табл.1).

Таблица 1

Название	Формула	Значение
Минимальная цена билета для детей, руб.	=МИН(G2:G8)	
Максимальная цена билета для детей, руб.	=МАКС(G2:G8)	
Минимальная цена билета для взрослых, руб.	=МИН(H2:H8)	
Максимальная цена билета для взрослых, руб.	=МАКС(H2:H8)	
Минимальная цена билета для пенсионеров, руб.	=МИН(К2:К8)	
Максимальная цена билета для пенсионеров, руб.	=МАКС(К2:К8)	
Общее время задержек рейсов, ч:мин.	=СУММ(O2:O8)	
Средняя цена билетов для детей, руб.	=СРЗНАЧ(G2:G8)	
Средняя цена билетов для взрослых, руб.	=СРЗНАЧ(H2:H8)	

4. Для наглядного представления цен билетов для взрослых, детей, пенсионеров построить линейчатую диаграмму поместить легенду справа от графика, ввести заголовок, подписать оси (рис.2).

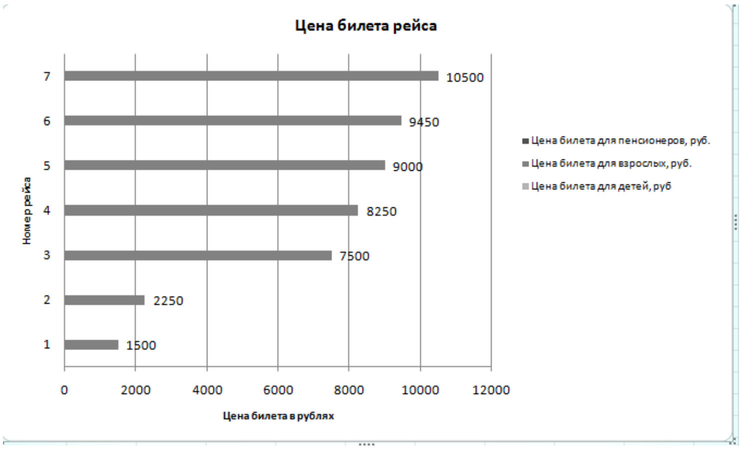


Рис.2. Диаграмма к заданию 1

Задание 2.

1. Создать таблицу по образцу (Табл.2) и рассчитать :
   1) заработную плату каждого работника (минимальная заработная плата, умноженная на коэффициент);
   2) премию каждого работника (начисленная зарплата, умноженная на процент начисляемой премии);
   3) подоходный налог (13% от суммы зарплаты и премии);
   4) сумму к выдаче каждого работника (зарплата + премия - подоходный налог);
   5) всю начисленную сумму, и всю сумму к выдаче

При расчете учитывать форматы ячеек, там где указанны руб. , выбрать формат денежный, где % - процентный.

Таблица 2

Расчет заработной платы

Фамилия	Должность	Коэффи-циент	Зарплата	Премия	Подоходный налог	К выдаче
Веригин	инженер	2,7				
Лисицина	лаборант	1,4				
Жигалин	конструктор	5,5				
Филимонова	библиотекарь	2,4				
Протасов	технолог	3,2				
Артемьев	водитель	1,4				
Всего начислено						
Всего к выдаче						
Минимальная заработная плата		10 000 р				
Процент начисляемой премии		15%				
Процент подоходного налога		13%				

2. Составить таблицу оплаты электроэнергии по образцу, рассчитать стоимость электроэнергии по месяцам и за год (табл.3). Для расчёта необходимо из показаний последующего месяца вычисть показания предыдущегои умножить на стоимость 1 кВт. Стоимость одного кВт принять 5,2 руб.

Таблица 3

Оплата электроэнернии

Месяц	Показания счетчика, кВТ	Оплата за месяц
	1230	
январь	1385	
февраль	1538	
март	1674	
апрель	1825	
май	1950	
июнь	2095	
июль	2200	
август	2358	
сентябрь	2510	
октябрь	2668	
ноябрь	2834	
декабрь	2970	
Всего за год		

3. Рассчитать зарплату торговых агентов с учетом премии. Если он продал товаров больше чем на 200 тыс. руб. то премия составляет 3% от выручки, а если больше чем на 350 тыс. руб. то 7 %. Исходную зарплату без премии принять 20000 руб. При расчете использовать функцию ЕСЛИ и проверять три условия (табл 4.)

Таблица 4

Зарплата торговых агентов

Агенты	выручка	премия	всего начислено
агент 1	**517 250р.**		
агент 2	**197 300р.**		
агент 3	**230 520р.**		
агент 4	**375 100р.**		
агент 5	**150 230р.**		

4. Проверить результаты тестирования для проводится отбора в физико-математический класс, и сделать по результатам отметку о зачислении. Зачисляются те, у кого общий бал не ниже 280, а суммарный бал по физике и математике не ниже 160. Для проверки возможно Использовать функции ЕСЛИ и И. Отметку о зачислении учеников, прошедших в физико-математический класс с помощью условного форматирования выделите красным цветом.

Таблица 5

Результаты тестирования

Фамилия	Предметы				Отметка о зачислении
	Матем	Физ	Инф	Рус	
Кареев	75	80	82	56	
Воробьев	85	85	90	60	
Иванова	74	72	58	90	
Осипов	90	72	88	20	
Полунин	77	97	78	72	
Шаров	46	66	87	93	
Андреева	91	84	82	85	

2. Вычисления по формулам с использованием встроенных математических функций Excel

Формула задает правило для вычисления нового значения через исходные значения. Формула должна подчиняться определенным правилам записи, т.е. *синтаксису*. В Excel запись формулы всегда начинают со знака равенства. Часть формулы, следующая за знаком равенства, называется *выражением*.

Формулой в Excel называется последовательность, содержащая следующие элементы:

- знак равенства (=) – признак формулы в Excel;
- операнды (числа, текст, ссылки на ячейки, ссылки на массивы ячеек, встроенные функции);
- знаки операций (иногда их называют операторами);
- круглые скобки, причем число открывающих скобок должно быть равно числу закрывающих.

Встроенные функции Excel – это функции, вычисление которых выполняется по определенным алгоритмам, содержащимся в приложении Excel. Вызов встроенной функции происходит при вычислении по формуле, содержащей эту функцию. Запись функции в формуле Excel аналогична записи функций в математике.

В общем случае аргументами функций могут быть данные любого вида, но для конкретной функции возможные аргументы определяются ее синтаксисом. Аргументы отделяются друг от друга точкой с запятой. Существуют встроенные функции, не содержащие аргументов, например, число π вычисляется с помощью функции ПИ().

Встроенные функции Excel разбиты на категории. Каждая категория функций предназначена для определенных целей, например, имеются математические, логические, статистические функции.

В таблице 6 представлены математические функции, которые соответствуют элементарным функциям в математике.

Таблица 6

Основные математические функции

Математическая функция	Встроенная функция Excel	Тип аргументов	Пояснение
$\|x\|$	ABS(*x*)	Любое число	Абсолютная величина *x* (модуль *x*)
arccos x	ACOS(*x*)	“	Значение функции выражено в радианах
arcsin x	ASIN{*x*)	“	Аналогично предыдущему
arctg x	ATAN(*x*)	“	“
cos x	COS(*x*)	“	Косинус величины x, выраженной в радианах
e^x	EXP(x)	“	Экспонента от *x*
ln x	LN(*x*)	“	Натуральный логарифм *x*
$log_a x$	LOG(*x;a*)	“	Логарифм *x* по основанию *a*
lg x	LOG10(*x*)	“	Десятичный логарифм *x*
sin x	SIN(*x*)	“	Синус величины x, выраженной в радианах

tg x	TAN(*x*)	“	Тангенс величины x, выраженной в радианах
$\sqrt{x}$	КОРЕНЬ(x)	“	Квадратный корень
π	ПИ()	Без аргумента	Число π
x^a	СТЕПЕНЬ(*x;a*)	Любые числа	*x* в степени *a*

При наборе формул с клавиатуры безразлично, набираются строчные или прописные буквы, но нужно соблюдать соответствие языка имени функции. Ссылки на ячейки записываются только латинскими буквами. При указании типа аргумента не рассматриваются ограничения на область определения функций, но, разумеется, их нужно соблюдать.

Операции (арифметические и сравнения в формулах записываются с помощью специальных символов, называемых знаками операций. Полный список операций Excel приведен в табл. 7,8.

Таблица 7

Знак операции	Операция	Пример записи
Арифметические операции		
+	сложение	=А1+2
-	вычитание	=4-С4
*	умножение	=А3*С6
/	деление	В3/5
%	процент	=10% (равно 0,01)
^	возведение в степень	=2^3 (равно 8)

Операции выполняются над некоторыми данными (операндами). Операндом может быть число, ссылка на ячейку, ссылка на диапазон ячеек, функция, выражение, взятое в скобки.

Таблица 8

Операции сравнения		
=	равно	A5=0
<	меньше	A5<1
>	больше	B3>100
<=	меньше или равно	3<=2*A10
>=	больше или равно	A10>=0
< >	не равно	A10< >5
Операция связывания ячеек		
:	Диапазон	=СУММ(A1:C10)
Текстовый оператор соединения		
&	соединение текстов	=”Ответственный”&” Иванов И.П.”

При наборе сложной формулы легко сделать ошибку, поэтому надо хорошо знать синтаксис формул, чтобы в случае необходимости скорректировать формулу набором символов с клавиатуры.

Иногда Excel выводит подсказку пользователю, предлагая внести исправления в формулу. Их можно принять или отвергнуть после анализа предложения.

Если формула не может быть вычислена, в ячейке появляется сообщение об ошибке, которое начинается символом #.

Сообщения об ошибках.

#ДЕЛ/0! - деление на нуль

#ЧИСЛО! – недопустимый аргумент числовой функции

#ЗНАЧ! – недопустимое значение аргумента или операнда

#ИМЯ? – неверное имя ссылки или функции

#Н/ Д! – неопределенные данные

#ССЫЛКА! – ссылка на несуществующие ячейки

При обнаружении ошибки следует перейти в режим редактирования и исправить формулу. В случае затруднений надо провести синтаксический анализ формулы и ввести ее заново.

Варианты заданий

Найти значения функции в зависимости от аргумента

Таблица 9

№	функция	аргумент
1	$w = \sqrt[3]{x+b} - \frac{b^2 sin^3(x-a)}{ax}$ $y = \ln(x + \sqrt{x^2+a^2})$	a=1,5 b=5,5 x=-0,9
2	$s = x^3 tg^2 \pi b + \frac{a}{\sqrt{x+b}}$ $p = \frac{b}{a} e^{-bx}$	a=6,5 b=-0.4 x=0,62
3	$R = \frac{x^2(2x+1)}{4b} - sin^2(6x+9a)$ $s = ln\sqrt{\frac{xb}{a}} + \cos(ax+b)^3$	a=0,7 b=0,05 x=0,5
4	$y = sin^4(ax) - \sqrt{\frac{x}{b}e^a}$ $z = \left\lvert ln\frac{e^2}{a}\right\rvert + \cos(x+b)^2$	a=1 b=0,04 x=0,2
5	$u = \sqrt[4]{x^2 + arctgxy}$ $v = ln\left\lvert\frac{\sin(x-y)}{1+cos^2(x+y)}\right\rvert$	x=0,85 y=1,13
6	$z = e^{sin3x} + lg\frac{\sqrt{xy}+2}{\lvert xy-2\rvert}$ $t = arctg^2\sqrt{xy} + 2$	x=0,9 y=1
№	функция	аргумент

7	$a=\frac{2\cos(x-\pi/6}{1/2+sin^2y}$ $b=1+\frac{\sqrt[3]{z^2}}{ln\|3-5x^2\|}$	x=1,426 y=-1,22 z=3,5
8	$u=\sqrt[4]{x^k+xy^{k-1}}$ $v=ln\left\|\frac{sinx}{cos^2(x+y)+1}+k\right\|$	k=5 x=0,85 y=1,23
9	$s=1+\sqrt{x}+\ln\left\|\frac{x^2}{2}-1\right\|+e^{-x^2}$ $t=x(sin^2x+\cos(y+0,5)^2)$	x=0,335 y=0,02
10	$y=e^{-bt}\sin(at^2)-\sqrt{at+b}$ $s=bcos2t+ln\|at^2-1\|$	a=-0,5 b=0,7 t=0,44
11	$z=\frac{cos^3(\pi x-y)}{x^2+sin^2y}$ $t=log_2\|x\cdot tgy\|,\quad u=\frac{z+t}{zt}$	x=0,5 y=$\frac{\pi}{6}$
12	$x=\frac{log_a(1+\sqrt[3]{a^2})}{2ab}$ $y=arctg^2\left(\sqrt{\left\|\frac{a}{b}\right\|-\frac{a+b}{ab}}\right)$	a=2 b=-0,5
13	$w=\sqrt[3]{x+b}-\frac{b^2sin^3(x-a)}{ax}$ $z=\left\|ln\frac{e^2}{a}\right\|+\cos(x+b)^2$	a=1 b=0,04 x=0,2
14	$z=e^{sin3x}+lg\frac{\sqrt{xy}+2}{\|xy-2\|}$ $v=ln\left\|\frac{\sin(x-y)}{1+cos^2(x+y)}\right\|$	x=1,426 y=-1,22
15	$R=\frac{x^2(x+1)}{b}-sin^2(x+a)$ $s=ln\sqrt{xb/a}+\cos(x+b)^3$	a=0,7 b=0,05 x=0,5

16	$x = \frac{log_a(1+\sqrt[3]{a^2})}{2ab}$ $y = arctg^2\left(\sqrt{\left\|\frac{a}{b}\right\| - \frac{a+b}{ab}}\right)$	a=2 b=-0,5
17	$y = sin^4(ax) - \sqrt{\frac{x}{b}}e^a$ $z = \left\|ln\frac{e^2}{a}\right\| + \cos{(x+b)^2}$	a=1 b=0,04 x=0,2

3. Табулирование функций. Построение графиков.

Задание 1 . Функция одной переменной для шагового аргумента.

Построить таблицу значений функции $y = \frac{\sin^2 4x}{x+1}$ для аргумента x, изменяющегося от 0 до 1,5 с шагом 0,1. Построить график функции.

Решение. Решение разбивается на два основных этапа: построение таблицы значений функции и построение графика функции.

Построение таблицы

- Ввести заголовки столбцов для x и y в ячейках A1, B1.
- Ввести первое значение x, равное 0, в ячейку A2.
- В ячейку A3 вводим формулу = A2+0.
- Скопировать данную формулу до достижения x своего конечного значения, заполняя диапазон ячеек A4:A22.
- В ячейку B2 ввести формулу: =SIN(4*A2)^2/(A2+1) и скопировать её на диапазон B3:B22.

Построение графика функции. Для построения графика выделить диапазон данных (ячейки A1:B22) и выбрать точечную диаграмму, с помощью вкладки *Макет* произвести форматирование, подписи осей, диаграммы и легенды (рис.3).

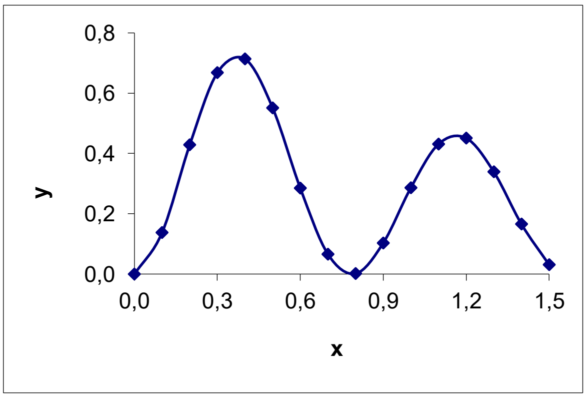


Рис.3. Точечная диаграмма

Задание 2. Функция, заданная различными аналитическими выражениями (сложная функция). Построить таблицу значений и график функции

$$y = \begin{cases} \dfrac{-x}{|x|+1}, & x < 0 \\ \sin(\pi x), & x \geq 0 \end{cases}$$

для аргумента x , изменяющегося от -2 до 2 с шагом 0,2

Решение

Построение таблицы. Последовательность заполнения ячеек A1:A22 аналогична примеру 1.

В ячейку B2 ввести формулу:

=ЕСЛИ(A2<0;-A2/(ABS(A2)+1);SIN(ПИ()*A2))

и скопировать её на диапазон B3:B22.

Построение графика функции также полностью аналогично построению предыдущего примера, если заданная функция непрерывна.

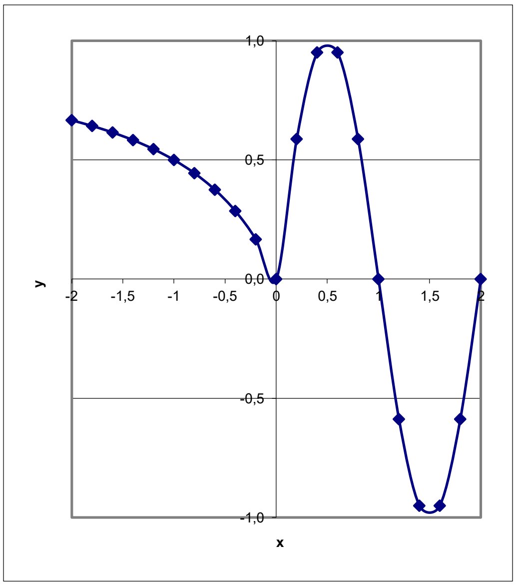


Рис.4. График сложной функции

Замечание. Если функция терпит разрыв при переходе от одного аналитического выражения к другому, то нужно построить на одной диаграмме два графика, каждый из которых отвечает области непрерывности функции. В случае разрывной функции можно строить один график, если выбрать вид графика из отдельных точек.

Задание 3. Функция, зависящая от параметра. Построить таблицу значений и график функции $y = e^{ax} \cos bx$ для аргумента x, изменяющегося от -1 до 3 с шагом 0,2 при заданных значениях a и b.

Решение

- Ввести заголовки столбцов для x и y в ячейки A1, B1 и значения a, b в отдельные ячейки D1, F1.
- Заполнить столбец A2:A22 значениями *x*.
- Ввести формулу для y в ячейку B2 =EXP(D1*A2)*COS(F1*A2) и скопировать её на диапазон B3:B22.

Построить график аналогично примеру 1.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**x**	$y=e^{ax}\cos bx$	**a=**	**0,2**	**b=**	**3**	
2	-1,0	-0,8105					
3	-0,8	-0,6284					
4	-0,6	-0,2015					
5	-0,4	0,3345					
6	-0,2	0,7930					
7	0,0	1,0000					
8	0,2	0,8590					
9	0,4	0,3925					
10	0,6	-0,2562					
11	0,8	-0,8653					
12	1,0	-1,2092					
13	1,2	-1,1400					
14	1,4	-0,6487					
15	1,6	0,1205					
16	1,8	0,9097					
17	2,0	1,4324					
18	2,2	1,4754					
19	2,4	0,9831					
20	2,6	0,0908					
21	2,8	-0,9091					
22	3,0	-1,6602					

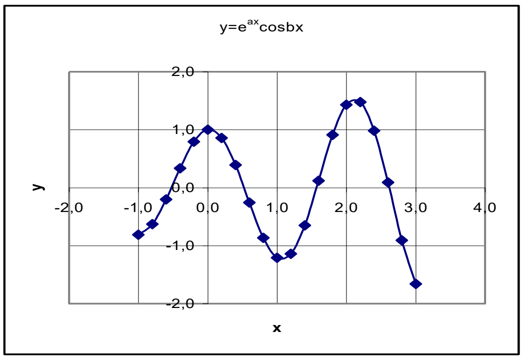


Рис.5. Таблица и график функции, зависящей от параметра

Замечание. Меняя значения параметров, можно получить совершенно другое поведение функции. Рекомендуется проанализировать поведение функции при $a>0$ и $a<0$, а также рассмотреть уменьшение и увеличение *b*.

Задание 4. Функция, заданная параметрическими уравнениями. Вычислить таблицу значений функции, заданной параметрическими уравнениями и построить ее график. В качестве примера рассмотрим построение окружности.

Параметрические уравнения окружности рассмотрим для значений параметра, пробегающих полный оборот вокруг начала координат:

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi], \quad h = \pi / 16 \qquad (1)$$

Построение таблицы значений функции

- Зададать заголовки столбцов *t, x, y*.
- Заполнить первый столбец значениями t, применив еще один способ задания аргумента: каждое последующее значение вычислим через предыдущее, добавляя шаг. В ячейке D2 вычислим $h = \pi / 16$ по формуле =ПИ()/16. В ячейку A2 введем 0, в ячейку A3 введем формулу =A2+D2, которую копируем вниз до значения 2π.
- Ввести в ячейку B2 формулу =COS(A2); в ячейку C2 формулу =SIN(A2)
- Выделить ячейки B2, C2 и скопировать их на нужный диапазон.

Построение графика функции

- Выделить диапазон B2:C23
- Выбрать для построения точечную диаграмму. В процессе построения зададать заголовки диаграммы и осей, уберать легенду, назначить линии сетки.

Результат построения показан на рис.6.

Замечания

1. Несколько изменив уравнения (1) можно получить и параметрические уравнения эллипса. Как работать с функциями, содержащими постоянные

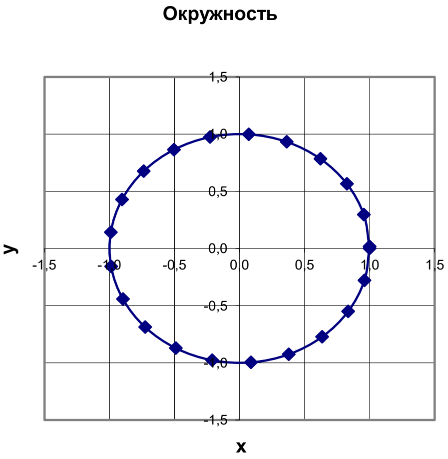


Рис. 7. График функции, заданной параметрическими уравнениями

параметры, было рассмотрено в предыдущем примере. Итак, эллипс с осями *a, b* задается уравнениями:

$$\begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases}, \quad t \in [0,2\pi],$$ где *a, b* - положительные константы

2. В примерах 1-3 были рассмотрены функции, заданные аналитически в явном виде, т.е. формулой, в которой зависимая переменная *y* вычислялась через независимую переменную *x*. Существует другой способ задания функции, в котором обе этих величины являются функциями одного и того же параметра *t.* Тогда каждому значению t соответствует пара значений *(x, y)*, определяемых формулой

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}, \quad t \in [a,b]. \qquad (2)$$

Предположим, что по каждому значению *x=f(t)* можно найти единственное значение *t,* которому в свою очередь можно сопоставить *y=g(t).* Тогда можно считать

y функцией x. Такой способ задания функции называется *параметрическим*. Если рассматривать множество пар (x,y), определяемых уравнением (2) как множество точек на плоскости, то уже нет необходимости требовать единственности решения t по x. И в этом случае считаем, что задана функция y от x параметрическими уравнениями (2). Может оказаться, что одному значению x соответствует два или даже несколько значений y. В ряде случаев простые параметрические уравнения позволяют задать функции, для которых явные уравнения очень сложны или не существуют.

3. Функция, заданная в полярной системе координат, легко преобразуется к параметрической форме. Действительно, декартовы координаты x, y связаны с полярными координатами ρ, φ уравнениями

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \end{cases}, \qquad (3)$$

Если задано уравнение кривой в полярной системе координат $\rho = f(\varphi)$, то подставив это выражение в уравнения (3), получим параметрические уравнения кривой с полярным углом φ в качестве параметра.

Варианты заданий

Задание 1. Вычислить таблицу значений функции для аргумента, изменяющегося с данным шагом в заданном интервале, и построить ее график

Таблица 10

Вариант	Функция	Интервал изменения аргумента	Шаг изменения аргумента
1	$y = x + \dfrac{4}{x+0,5}$	[0, 10]	0,5
2	$y = 3\cdot(x - \sin 2x)$	[-1,4]	0,25

3	$y=(x+2)\cdot\sin 3x$	[-2,2]	0,2
4	$y=\dfrac{x-\sin 2x}{\lvert x\rvert+1}$	[-4,4]	0,5
5	$y=(x+0{,}5)\sin 2x$	[-2,2]	0,2
6	$y=(x-1)\cdot e^{-x}$	[0,5]	0,25
7	$y=\sqrt{x}\cdot e^{-x}$	[0,4]	0,2
8	$y=(x^2-x)\cdot e^{x}$	[-4,2]	0,25
9	$y=\dfrac{1-\ln x}{1+\ln x}$	[1,10]	0,5
10	$y=\dfrac{0{,}5\cdot x^2-x+2}{x^2+1}$	[-10,10]	1
11	$y=\dfrac{x+1}{x^2+1}e^{-x}$	[-2,3]	0,2
12	$y=\cos^2 2x-3\cdot\sin x$	[-3,3]	0,25
13	$y=2^{-\lvert x\rvert}x$	[-3,3]	0,25
14	$y=\sqrt[3]{x}\sin x$	[-10,10]	1
15	$y=\sqrt[3]{x}\cos x$	[-5,5]	0,5
16	$y=\dfrac{1+\ln x}{1+\ln x}$	[1,10]	0,5

Задание 2. Построить график функции. Значения аргумента задать таким образом, чтобы получить на графике не менее 15 точек. Для автоматизации вычислений использовать функцию ЕСЛИ.

Таблица 11

№	Функция	Интервал
1	$y(x)=\begin{cases}2\cos(\pi x), & \cos(\pi x)\ge 0\\ -\cos(\pi x), & \cos(\pi x)<0\end{cases}$	$x\in[0;3]$

2	$y(x) = \begin{cases} xsin(\pi x) & \sin(\pi x) \leq 0{,}5 \\ 0{,}5\,, & \sin(\pi x) > 0{,}5 \end{cases}$	$x \in [0; 3]$
3	$y(x) = \begin{cases} \sqrt{1 - e^{x}}, & \mathrm{x} \leq 0 \\ \sqrt{x} \quad , & \mathrm{x} > 0 \end{cases}$	$x \in [-1{,}5; 3]$
4	$y(x) = \begin{cases} cos^{2}(x), & \cos(x) \geq \ln(x) \\ ln^{3}(x), & \cos(x) < \ln(x) \end{cases}$	$x \in [0{,}1; 3]$
5	$y(x) = \begin{cases} xsin^{2}(x) & \sin(x) < 0 \\ 0{,}5x\,, & \sin(x) \geq 0 \end{cases}$	$x \in [-2; 1{,}5]$
6	$y(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & \dfrac{1}{\mathrm{x}} > \ln(x) \\ 10\ln(x) - 5\,, & \dfrac{1}{\mathrm{x}} < \ln(x) \end{cases}$	$x \in [0{,}1; 3]$
7	$y(x) = \begin{cases} \sqrt{\lvert x \rvert}, & \mathrm{x} < 0 \\ x^{2} \quad , & \mathrm{x} \geq 0 \end{cases}$	$x \in [-2; 1]$
8	$y(x) = \begin{cases} xe^{-x^{2}}, & \mathrm{xe^{-x}} < 0{,}1 \\ 0{,}1e^{-x} \quad , & \mathrm{xe^{-x}} \geq 0{,}1 \end{cases}$	x $\in [-1{,}5; 1{,}5]$
9	$y(x) = \begin{cases} 5e^{-x}\sin(\pi x)\,, & \mathrm{x} \geq 0 \\ 0 \quad , & \mathrm{x} < 0 \end{cases}$	x $\in [-0{,}5; 2{,}5]$
10	$y(x) = \begin{cases} 4x^{2} - 3, & \mathrm{x} \leq 1 \\ \dfrac{1}{x^{2}} \quad , & \mathrm{x} > 1 \end{cases}$	x $\in [-0{,}5; 2{,}5]$
11	$y(x)$ $= \begin{cases} 3sin(\pi x) - 1{,}5 & \lvert\sin(\pi x)\rvert \geq 0{,}5 \\ 0 \quad , & \lvert\sin(\pi x)\rvert < 0{,}5 \end{cases}$	$x \in [0; 3]$
12	$y(x) = \begin{cases} x^{3}, & \lvert\mathrm{x}\rvert \leq 1 \\ x\,, & \lvert\mathrm{x}\rvert > 1 \end{cases}$	x $\in [-1{,}5; 1{,}5]$
13	$y(x) = \begin{cases} 3x^{4} + 2, & \mathrm{x} \leq 1 \\ \dfrac{1}{x^{2}} \quad , & \mathrm{x} > 1 \end{cases}$	x $\in [-0{,}5; 2{,}5]$
14	$y(x) = \begin{cases} \cos(\pi x), & \cos(\pi x) \geq 0 \\ -\cos(\pi x)\,, & \cos(\pi x) < 0 \end{cases}$	$x \in [0; 4]$
15	$(x) = \begin{cases} 2xsin^{2}(x) & \sin(x) < 0 \\ 0{,}7x\,, & \sin(x) \geq 0 \end{cases}$	$x \in [0; 4]$

16	$y(x)=\begin{cases}\sqrt{\lvert x\rvert}, & x<0\\ x^2\quad, & x\geq 0\end{cases}$	$x \in [-0{,}5;2{,}5]$

Задание 3. Вычислить таблицу значений функции, заданной параметрическими уравнениями или уравнением в полярной системе координат, и построить ее график. В случае задания функции в полярной системе координат перейти к параметрическим уравнениям. Константы, входящие в уравнения, являются положительными и, если не задано их конкретное значение, могут быть взяты равными единице.

Таблица 12

№	Название кривой	Уравнения кривой
1	Циклоида	$\begin{cases}x=a(t-\sin t)\\ y=a(1-\cos t)\end{cases}, \quad t\in[0,2\pi], \quad h=\pi/16$
2	Астроида	$\begin{cases}x=\cos^3 t\\ y=\sin^3 t\end{cases}, \quad t\in[0,2\pi], \quad h=\pi/12$
3	Двухлепестковая роза	$\rho=a\sin^2\varphi, \quad \varphi\in[0,2\pi], \quad h=\pi/16$
4	Кардиоида	$\rho=a(1+\cos\varphi), \quad \varphi\in[0,2\pi], \quad h=\pi/16$
5	Конхоида	$r=a\cos^3\dfrac{\varphi}{3}, \quad \varphi\in[-\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}], \quad h=\pi/12$
6	Улитка	$r=a\cos\dfrac{\varphi}{3}, \quad \varphi\in[-\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}], \quad h=\pi/12$
7	Гипербола	$\begin{cases}x=a\left(e^t+e^{-t}\right)/2\\ y=b\left(e^t-e^{-t}\right)/2\end{cases}, \quad t\in[-\pi,\pi], \quad h=\pi/12$
8	Четырехлепестковая роза	$\rho=a\sin^2 2\varphi, \quad \varphi\in[0,2\pi], \quad h=\pi/16$
9	Спираль	$\begin{cases}x=\cos t+t\sin t-\dfrac{t^2}{2}\cos t\\ y=\sin t1-t\cos t-\dfrac{t^2}{2}\sin t\end{cases}, \quad t\in[0,4\pi], \quad h=\dfrac{\pi}{8}$

10	Архимедова спираль	$\begin{cases} x = at\cos t \\ y = at\sin t \end{cases}, \quad t \in [0, 4\pi], \quad h = \pi/8$
11	Конхоида	$r = a\cos^3\dfrac{\varphi}{3}, \quad \varphi \in [-\dfrac{3\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}], \quad h = \pi/12$
12	Астроида	$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi], \quad h = \pi/12$
13	Гипербола	$\begin{cases} x = a\left(e^t + e^{-t}\right)/2 \\ y = b\left(e^t - e^{-t}\right)/2 \end{cases}, \quad t \in [-\pi, \pi], \quad h = \pi/12$
14	Улитка	$r = a\cos\dfrac{\varphi}{3}, \quad \varphi \in [-\dfrac{3\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}], \quad h = \pi/12$
15	Двухлепестковая роза	$\rho = a\sin^2\varphi, \quad \varphi \in [0, 2\pi], \quad h = \pi/16$
16	Астроида	$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi], \quad h = \pi/12$

4. Решение нелинейных уравнений

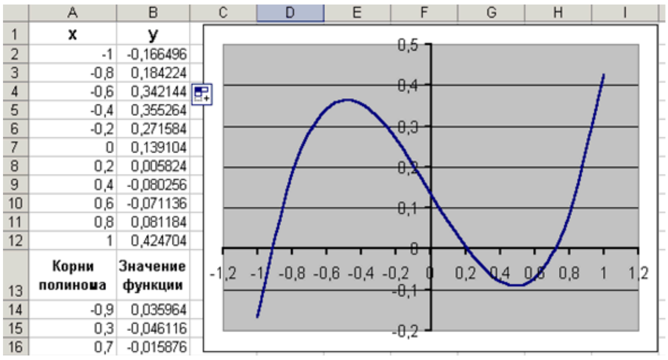
Задание 1. Найти корни полинома $x^3 - 0{,}01x^2 - 0{,}7044x + 0{,}139104 = 0$.

Решение

1. Графическим решением уравнения f(x)=0 является точка пересечения графика функции f(x) с осью абсцисс, т.е. такое значение **x**, при котором функция обращается в ноль.

2. Провести табулирование полинома на интервале от -1 до 1 с шагом 0,2. Шаг и интервал выбирается самостоятельно в зависимости от области определения функции. Если в выбранном интервале пересечений нет, но функциональная кривая приближается к оси x то необходимо изменить интервал, до тех пор, пока не будут найдены все возможные пересечения(количество пересечений может быть меньше, чем показатель степени, это значит, что часть корней комплексные). Результаты вычислений приведены на рис. 8., где в ячейку B2 была введена формула: = A2^3 – 0,01*A2^2 - 0,7044*A2 + 0,139104. На графике видно, что функция три раза пересекает ось Ox, а так как полином третьей степени имеется не более трех вещественных корней, то графическое решение поставленной задачи найдено. Определены интервалы, на

которых находятся корни данного полинома: [-1,-0.8], [0.2,0.4] и [0.6,0.8]. Таким образом приблизительные корни -0.9, 0.3 и 0,7 записываются в ячейки A14:A16, а в ячейки B14:B16 записывается значение функций от этих корней.



	A	B
1	x	y
2	-1	-0,166496
3	-0,8	0,184224
4	-0,6	0,342144
5	-0,4	0,355264
6	-0,2	0,271584
7	0	0,139104
8	0,2	0,005824
9	0,4	-0,080256
10	0,6	-0,071136
11	0,8	0,081184
12	1	0,424704
13	**Корни полинома**	**Значение функции**
14	-0,9	0,035964
15	0,3	-0,046116
16	0,7	-0,015876

Рис.8. Нахождение корней полинома графическим способом

3. Теперь можно найти корни полинома методом последовательных приближений с помощью команды инструмента *Подбор параметра*, который находится во вкладке *Данные-Анализ что-если* и заполнить открывшееся диалоговое окно следующим образом: в поле *Установить в ячейке* дается ссылка на ячейку, в которую введена формула, вычисляющая значение левой части уравнения (уравнение должно быть записано так, чтобы его правая часть не содержала переменную). В поле

Значение вводится правая часть уравнения, а в поле *Изменяя значения ячейки* дается ссылка на ячейку, отведенную под переменную (Рис.9).

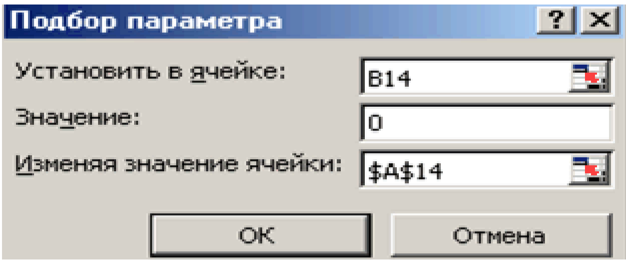


Рис.9. Заполнение окна «Подбор параметра»

В открывшемся диалоговом окне будет указан точный корень уравнения (Рис10).

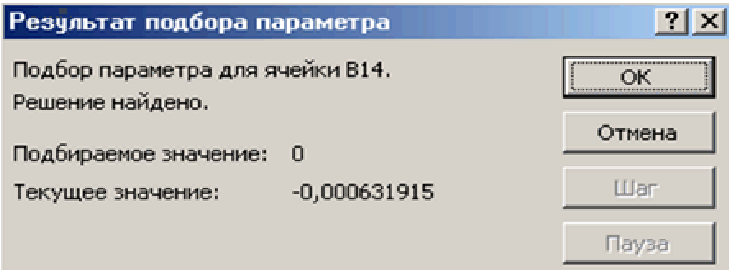


Рис.10. Результат подбора параметра

Два оставшихся корня находятся аналогично. Результаты вычислений будут помещены в ячейки A14 - A16.

Варианты задания

Найти корни алгебраического уравнения $f(x) = 0$

Таблица 13

№ варианта	$f(x)$
1	$1{,}001x^3 + 14{,}999x^2 - 16{,}899x - 231{,}08$
2	$1{,}129x^3 - 3{,}087x^2 + 2{,}543x + 1{,}005$
3	$2{,}078x^3 + 5{,}002x^2 - 10{,}21x - 10{,}65$
4	$0{,}543x^4 - 40{,}89x^2 - 10{,}21x - 128{,}76$
5	$0{,}754x^3 + 12{,}432x^2 - 10{,}21x - 43{,}765$
6	$2{,}045x^3 + 5{,}11x^2 - 0{,}999x + 7{,}15$
7	$3{,}987x^2 + 12{,}321x - 34{,}0231$
8	$-0.997x^3 + 15{,}12x^2 - 17{,}54x + 6{,}32$
9	$0{,}95x^2 + 1{,}123x - 5{,}764$
10	$0{,}112x^4 - 3{,}987x^3 - 0{,}12x + 15{,}33$
11	$4{,}201x^3 - 45{,}004x^2 + 298{,}02$
12	$-1{,}007x^2 + 12{,}001x - 22{,}999$
13	$0{,}99x^2 - 2{,}002x - 23{,}007$
14	$0{,}99x^3 - 1{,}989x^2 - 669{,}98$
15	$1{,}01x^3 - 2{,}003x^2 - 112{,}09x + 76{,}03$

Задание 2. Решить уравнение $e^x - (2x - 1)^2 = 0$.

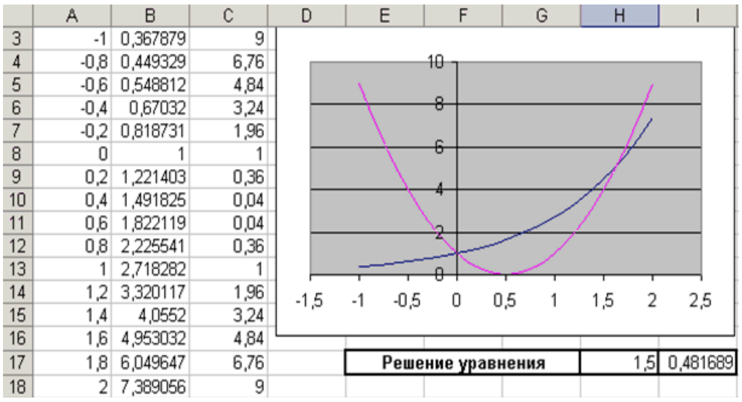
Решение

1. Провести локализацию корней нелинейного уравнения. Для этого необходимо представить его в виде $f(x) = g(x)$, т.е. $e^x = (2x - 1)^2$ или $f(x) = e^x$, $g(x) = (2x - 1)^2$, и решить графически.

Графическим решением уравнения $f(x) = g(x)$ будет точка пересечения линий $f(x)$ и $g(x)$.

Для построения графиков f(x) и g(x). Необходимо диапазон A3:A18 ввести значения аргумента. В ячейку B3 - формулу для вычисления значений функции f(x): =EXP(A3), а в C3 для вычисления g(x): =(2*A3-1)^2.

Результаты вычислений и построение графиков ***f(x)*** и ***g(x)*** в одной графической области показаны на рис. 11.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
3	-1	0,367879	9						
4	-0,8	0,449329	6,76						
5	-0,6	0,548812	4,84						
6	-0,4	0,67032	3,24						
7	-0,2	0,818731	1,96						
8	0	1	1						
9	0,2	1,221403	0,36						
10	0,4	1,491825	0,04						
11	0,6	1,822119	0,04						
12	0,8	2,225541	0,36						
13	1	2,718282	1						
14	1,2	3,320117	1,96						
15	1,4	4,0552	3,24						
16	1,6	4,953032	4,84						
17	1,8	6,049647	6,76		**Решение уравнения**			1,5	0,481689
18	2	7,389056	9						

Рис.11 Решение нелинейного уравнение графическим методом.

На графике видно, что линии f(x) и g(x) пересекаются дважды, т.е. данное уравнение имеет два решения. Одно из них тривиальное и может быть вычислено точно:

$$(x = 0) \Rightarrow \begin{cases} e^x = 1 \\ (2x-1)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow y(x) = 1.$$

Для второго можно определить интервал изоляции корня: 1,5 < x < 2.

2. Теперь можно найти корень уравнения на отрезке [1.5,2] методом последовательных приближений.

Для этого нужно ввести начальное приближение в ячейку H17 = 1.5, и само уравнение, со ссылкой на начальное приближение, в ячейку I17 =EXP(H17)-(2*H17-1)^2 (см. рис. 5).

Далее необходимо получить точные корни с помощью инструмента *Подбор параметра* (рис.12). Результат поиска решения будет выведен в ячейку H17 (рис.13).

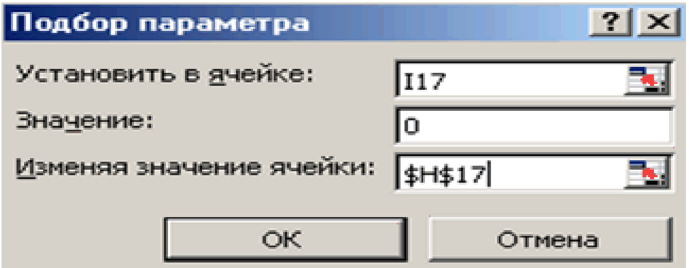


Рис.12. Заполнение окна «Подбор параметра»

Рис.13. Результат

Варианты задания

Найти корни трансцендентного уравнения $f(x) = 0$

Таблица 14

№ варианта	$f(x)$
1	$2x^2 - 3\ln\lvert x + 0.1\rvert - 6$
2	$2\sin(x) - x^2 + 10$
3	$e^{0,3x} + x^2 - 7x$
4	$\cos\left(\frac{x}{5}\right) - \ln\lvert x - 0{,}1\rvert + 1$
5	$\sin(2x) - e^{-0,7x} + 20$
6	$arctgx + \frac{1}{3x^3}$
7	$x\lg(x+1) - 1$
8	$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 0{,}5x$
9	$e^{-2x} - 2x + 1$
10	$arctg(x-1) + 2x$
11	$\sqrt{x+1} - \frac{1}{x}$
12	$3x + \cos x + 1$
13	$x - \sqrt{\lg(x+2)}$
14	$x^2 - \ln(x+1)$
15	$2arctgx - x + 3$

5. Решение систем уравнений

Задание 1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4 = 0 \end{cases}$$

Решение

Систему уравнений можно решить с помощью решающего блока *Поиск Решения*, который находиься во вкладке *Данные* и позволяет решать не только оптимизационные задачи, но и обычные уравнения и системы уравнений. Если на вкладке *Данные* этот инструмент отсутсвует, его нужно подключить, зайдя в Параметры Exel, перейдя в пункт *Надстройки* и выбрать соответствующую.

Для решения данной задачи ее можно сформулировать одним из следующих способов:

1. Найти минимум (максимум) функции

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^{n} F_i(x),$$

при системе ограничений, заданной в виде равенств $F_i(x) = 0$;

2. Найти минимум функции

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^{n} F_i^2(x) = F_1^2(x) + F_2^2(x) + \ldots F_n^2(x).$$

В этом случае задача решается без ограничений.

1-й способ. В ячейки А1 и А2 ввести корни в первом приближении — числа 0 (здесь хранится x_1 и x_2). В ячейки В1 и В2 ввести ограничения: В1 = 2*А1-3*А2, В2 = А1+А2. В ячейку С1 ввести функцию цели (эту ячейку будет минимизировать): С1 = СУММ(В1:В2). Вызвать инструмента *Поиск Решения* и заполнить появившееся диалоговое окно так, как показано на рис. 14. В результате решения поставленной задачи решение системы исходных уравнений: x_1 = 1,6, x_2 = 2,4.

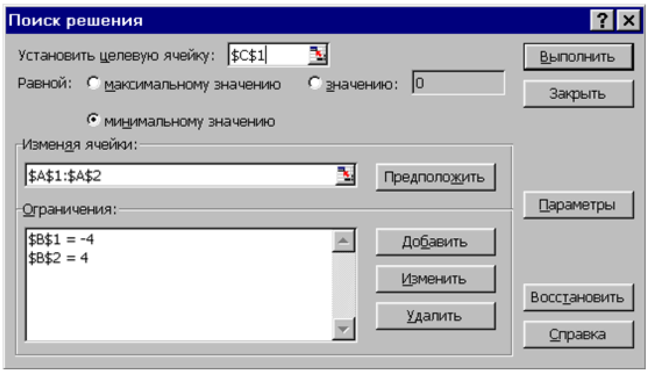


Рис.14. Решение 1 способом

2-й способ. В ячейки D1 и D2 ввести 0 (корни в первом приближении), там хранятся переменные x_1 и x_2. В ячейки Е1 и Е2ввести уравнения системы: Е1 =2*D1-3*D2+4, Е2 =D1+D2-4. В качестве функции цели в ячейку F1 ввести формулу `=E1^2+E2^2`. Вызвать решающий блок (рис. 15) и ввести условие задачи оптимизации. В результате получаем следующее решение системы: x_1 = 1,600000128, x_2 = 2,39999949.

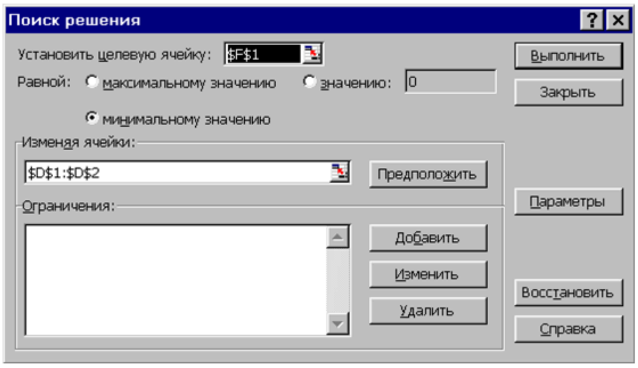


Рис.15. Решение 2 способом

Варианты Задания

Решить систему уравнений двумя способами

Таблица 15

№	Система	№	Система
1	$\begin{cases} 5x_1 + x_2^2 = 9 \\ -3x_1 + x_2 = -1 \end{cases}$	9	$\begin{cases} 8x_1 - x_2 = 7 \\ x_1 + x_2^2 = 2 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3 \\ x_1^2 + x_2 = 5 \end{cases}$	10	$\begin{cases} x_1 - 5x_2 = -1 \\ x_1^2 - x_2^2 = 15 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 - x_2 = -8 \\ x_1^2 + x_2^2 = 10 \end{cases}$	11	$\begin{cases} 2x_1^2 + x_2^2 = 3 \\ 3x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$

4	$\begin{cases} 4x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} = 5 \\ -7x_1 + 3x_2 = -4 \end{cases}$	12	$\begin{cases} -4x_1 - x_2^{\ 2} = 3 \\ x_1 + 8x_2 = 7 \end{cases}$
5	$\begin{cases} -x_1^{\ 2} + x_2 = -8 \\ 6x_1 + 3x_2 = 21 \end{cases}$	13	$\begin{cases} -x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} = -3 \\ 4x_1 + 3x_2 = -11 \end{cases}$
6	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3 \\ x_1^{\ 2} + x_2 = 5 \end{cases}$	14	$\begin{cases} x_1^{\ 2} - x_2 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 = 10 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_1^{\ 2} - x_2^{\ 2} = 0 \\ 7x_1 + 3x_2 = 8 \end{cases}$	15	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 2 \\ x_1^{\ 2} - x_2 = 14 \end{cases}$
8	$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1^{\ 2} - x_2^{\ 2} = 0 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x_1^{\ 2} - x_2 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 = 8 \end{cases}$

6. Работа с массивами

Массивы - средство обработки групп однотипных данных. Массивы могут быть аргументами в некоторых функциях или формулах, возвращающих в результате вычислений либо единственное значение либо массив новых значений. Формулы, возвращающие массив значений, называются табличными формулами.

Прямоугольный блок ячеек, в котором используется общая формула, называется интервалом массива.

Табличные формулы, или формулы для массивов, могут использоваться вместо нескольких обыкновенных формул, дающих единственное значение, что позволяет уменьшить потери времени на ввод повторяющихся формул. Можно использовать табличные формулы для выполнения вычислений, дающих сразу несколько результатов и использующих в качестве аргументов группу значений, расположенных в строках и столбцах рабочего листа.

Правила ввода табличных формул

- Перед вводом табличной формулы следует выделить ячейку (интервал ячеек), в которой будет содержаться результат. Если результат вычисления по формуле множественный, то выделенный интервал должен иметь в точности требуемый размер и форму.
- Далее следует напечатать формулу и для завершения ее ввода нажать клавиши Crtl +Shift+Enter . Введенная формула в строке формул заключается в фигурные скобки, что свидетельствует о том, что это - табличная формула, Никогда не вводите фигурные скобки сами, так как в этом случае формула будет восприниматься как текст.
-

Встроенные функции для операций с матрицами

Для выполнения некоторых операций с матрицами в Excel есть ряд встроенных функций:

- МОПРЕД -Возвращает определитель матрицы (матрица хранится в массиве).
- МОБР Возвращает обратную матрицу для матрицы, хранящейся в массиве.
- МУМНОЖ Возвращает произведение матриц
- ТРАНСП Возвращает транспонированный массив

- **Задание 1**
- Вычислить матричное выражение $(A_{24} * B_{42} + C_{22})^T$. Двумя способами: с промежуточными результатами и в одну формулу. Числовые значения задать самостоятельно, оформить исходные данные, промежуточные результаты, конечный результат (см. рис. 16) .

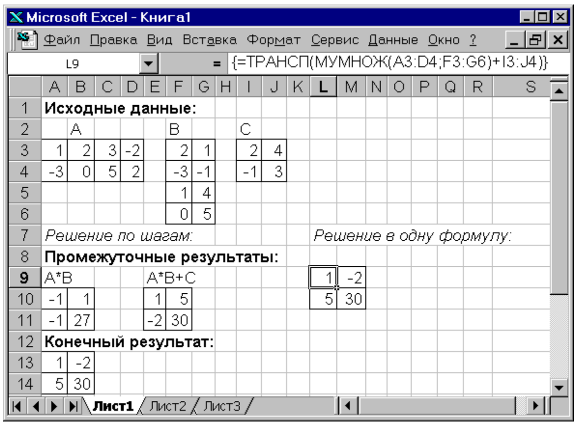


Рис.16.Решение задания 1.

Решение:

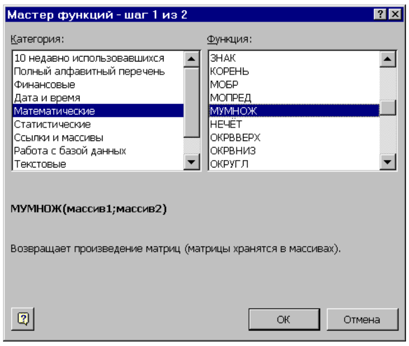
1. Поместить исходные данные – матрицы А, В и С -в ячейки A3:D4, F3:G6, I3:J4 соответственно.

Решение с промежуточными результатами:

2. Умножить матрицу А на матрицу В. Для этого:
   - Выделить область ячеек для результата умножения, например A10:B11.
   - С помощью команды меню ▸Вставка ▸Функции открыть диалоговое окно мастера функций , выбирать в окне Категория – Математические, в окне Функция – МУМНОЖ и

нажать на кнопку ОК (Рис.17).

- В появившемся диалоговом окне заполнить окна МАССИВ1 и МАССИВ2
- *одновременно* нажать клавиши Crtl +Shift+Enter.



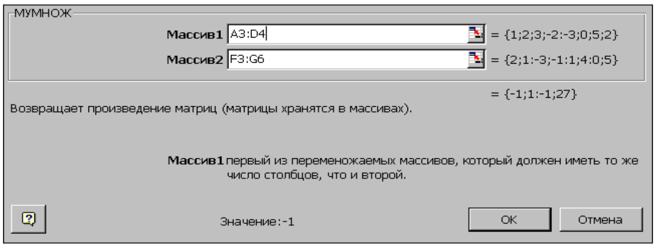


Рис.17. Выполнение матричного умножения

3. Прибавить к результату умножения матрицу С. Для этого :
   - Выделить диапазон ячеек E10:F11
   - Ввести следующую формулу =A10:B11+I3:J4
   - *одновременно* нажимаем клавиши Crtl +Shift+Enter
4. Транспонировать результат сложения:
   - Выделить диапазон ячеек A13:B14
   - С помощью команды меню ▸Вставка ▸Функции открыть диалоговое окно мастера функций , выбирать в окне Категория – Полный алфавитный перечень, в окне Функция – ТРАНСП, нажать на кнопку ОК
   - В окне для аргумента функции набрать E10:F11

- *одновременно* нажать клавиши Crtl +Shift+Enter.
-

Решение в одну формулу:

- Выделить промежуток ячеек под результат, например L10:M11
- В строке формул набрать следующю формулу =ТРАНСП(МУМНОЖ(A3:D4,F3:G6)+I3:J4)
    - Нажать клавиши Crtl +Shift+Enter.

Задание 2. Решить систему линейных уравнений в матричном виде, сделать проверку решения.

$$\begin{cases} 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ -2x_1 + 6x_2 = -22 \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 20 \end{cases}$$

Решение:

Метод обратной матрицы

1. Поместить исходные данные матрицу коэффициентов А и столбец свободных членов уравнений В - в ячейки А3:С5 и А7:А9 соответственно.
2. С помощью функции МОПРЕД проверить определитель матрицы А. Если он не равен 0, то существует матрица, обратная к А.
3. Найти матрицу, обратную к А, для этого:

- Выделить интервал ячеек , например А12:С14
- С помощью мастера функций, выбрать в окне Категория – Математические, в окне Функция – МОБР,
- В окне для аргумента функции набрать А3:С5
- После нажатия на кнопку ОК поместить курсор в строку формул и *одновременно* нажать клавиши Crtl +Shift+Enter.

4. Найти решение уравнения в виде вектора X, для этого с помощью функции МУМНОЖ перемножить матрицу, обратную к A и вектор-столбец B.
5. Выполнить проверку и убедиться, что найденный вектор X удовлетворяет исходной системе уравнений AX=B (Рис. 18).

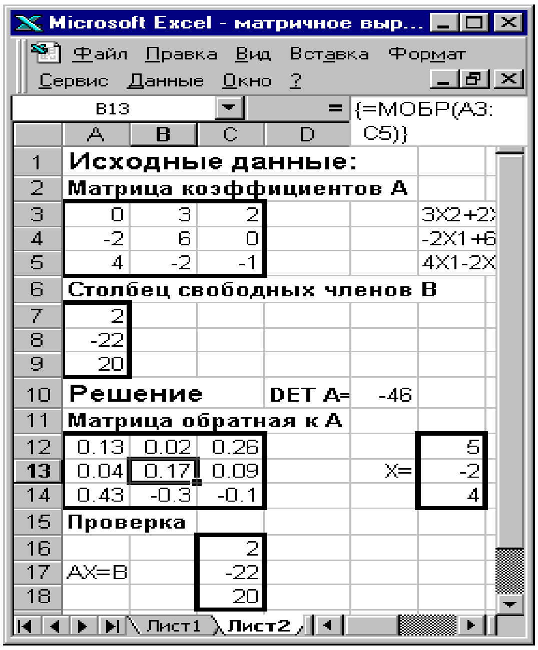


Рис.18. Решение системы уравнений методом обратной матрицы

Метод Крамера

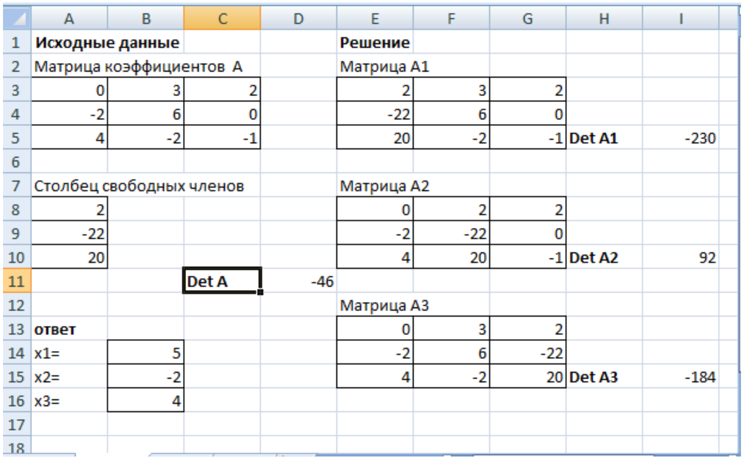
1. Поместить матрицу коэффициентов A и столбец свободных членов соответственно в ячейки A3:C5 и A8:A10. (Рис.19)
2. Найти определитель матрицы A Det.
3. Сформировать матрицы A1, A2 и A3, заменив соответственно 1, 2 и 3 столбцы на столбец свободных членов.

4. Найти определители полученных матриц Det1, Det2, Det3.
5. Найти корни уравнения по формулам

$$X1 = \frac{Det1}{Det}$$

$$X2 = \frac{Det1}{Det}$$

$$X3 = \frac{Det1}{Det}$$



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Исходные данные**				**Решение**				
2	Матрица коэффициентов A				Матрица A1				
3	0	3	2		2	3	2		
4	-2	6	0		-22	6	0		
5	4	-2	-1		20	-2	-1	**Det A1**	-230
6									
7	Столбец свободных членов				Матрица A2				
8	2				0	2	2		
9	-22				-2	-22	0		
10	20				4	20	-1	**Det A2**	92
11			**Det A**	-46					
12					Матрица A3				
13	**ответ**				0	3	2		
14	x1=	5			-2	6	-22		
15	x2=	-2			4	-2	20	**Det A3**	-184
16	x3=	4							
17									
18									

Рис.19. Решение систем уравнений методом Крамера

Варианты заданий

Таблица 17

Номер варианта	Матричное выражение	Система линейных уравнений
1	$((Q^T_{34}+D_{43})H_{32})^T=?$	X1-2X2+6X3=-28 3X1 +3X3=-6 -2X1+X2-4X3=15
2	$(B^T_{23}+H_{32})(E_{22}+D_{22})=?$	2X1 +X3=6 4X1-3X2-2X3=-1 2X2+7X3=12

3	$(Q^T_{34}D_{34}+E_{44})^T=?$	-3X1+2X3=5 2X1+4X2+4X3=-2 X1-2X2+5X3=31
4	$(E_{33}+H_{33}+D^T_{33})Q_{34}=?$	3X2+2X3=2 -2X1+6X2=-22 4X1-2X2-X3=20
5	$((E_{44}+D^T_{44})Q_{43}-B_{43})^T=?$	5X1+2X2+X3=21 -2X1-4X2+2X3=-2 7X2+8X3=-14
6	$((H_{34}B_{43})^T+E_{33}-D_{33})^T=?$	6X1-2X2=18 4X1+3X2+4X3=-1 6X2+X3=-18
7	$((D_{34}+B_{34})Q_{43})^T+E_{33}=?$	8X2+9X3=38 2X1+4X2-2X3=-14 -3X1+2X2+X3=-7
8	$(D^T_{34}(E_{33}+B_{33}+H_{33}))^T=?$	2X1+4X2+X3=2 -X1+6X2+8X3=17 3X2-12X3=-54
9	$D_{43}(E_{33}+H_{33})^T+Q^T_{34}=?$	-X2-4X3=-18 -8X1+2X2+2X3=12 4X1+4X2=8
10	$(D_{33}+E_{33})^T+H_{34}Q_{43}=?$	7X1+6X2+8X3=64 2X1+3X2-5X3=-19 4X1+5X2+2X3=29
11	$(Q_{34}B^T_{34}+E_{33}-D_{33})^T=?$	9X1+7X2-X3=39 -3X2+4X3=-9 3X1+X2+9X3=9

7. Вычисление определённого интеграла

Для вычисления определённого интеграла существует ряд методов, наибоее распространеннымиявляются метод прямоугольников, трапеция и парабол (Рис.20-22)

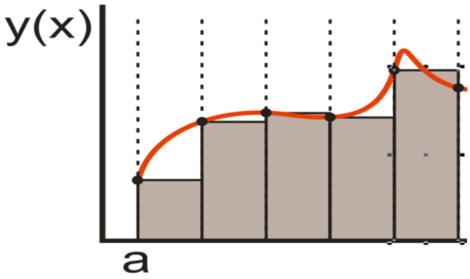


Рис.20 Метод прямоугольников

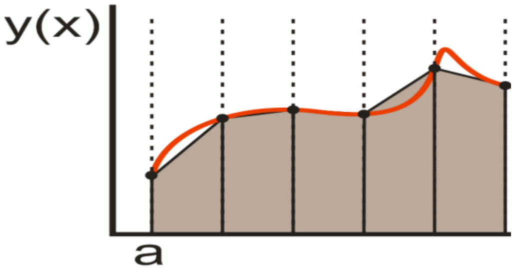


Рис.21. Метод трапеций

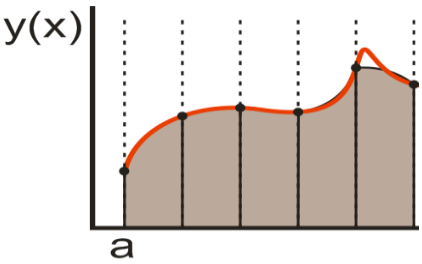


Рис.22. Метод парабол

Из рисунков видно, что метод прямоугольников реализуется с наибольшими потерями, а методы трапеций и парабол позволяют получать более точный результат и минимизировать потери. Поэтому решение будет реализовано только этими двумя методами.

Метод трапеций

Поскольку интеграл является площадью фигуры, ограниченной подынтегральной функции, то можно разбить данную геометрическую фигуру на множество трапеций, и находя площадь каждой из них складывать между собой (Рис.23).

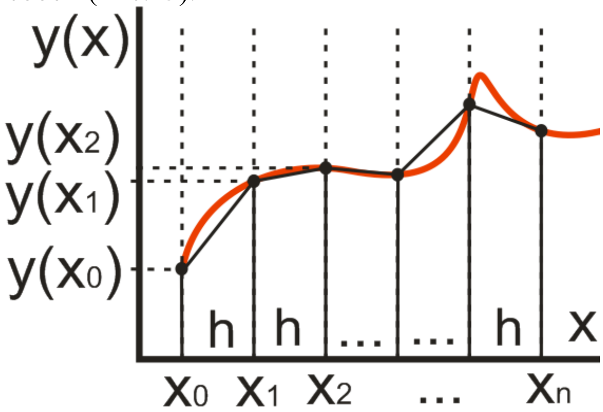


Рис.23 Метод трапеций

Таким образом площадь первой трапеции вычисляется по формуле:

$$S(y_{0-1}) = (x_1 - x_0)\left(\frac{y(x_0) + y(x_1)}{2}\right)$$

Площадь 1 и 2 трапеции по формуле :

$$S(y_{0-2}) = (x_1 - x_0)\left(\frac{y(x_0) + y(x_1)}{2}\right) +$$

$$(x_2 - x_1)\left(\frac{y(x_1) + y(x_2)}{2}\right)$$

Площадь 1, 2 и 3 трапеции по формуле :

$$S(y_{0-3}) = h\cdot\left(\frac{y(x_0)+y(x_1)}{2}\right)+h\cdot\left(\frac{y(x_1)+y(x_2)}{2}\right)+h\cdot\left(\frac{y(x_2)+y(x_3)}{2}\right)$$

Можно заметить, что все значения y(x), кроме первого и последнего встречаются в данной формуле два раза, таким образом при сокращении получается следующая формула

$$S(y_n) = h\cdot\left(\left(\sum_{i=1}^{n-1} y(x_i)\right)+\frac{y(x_0)+y(x_n)}{2}\right)$$

Таким образом, в общем виде формула для вычисления определенного интеграла методом трапеции выглядит следующим образом.

$$\int_a^b f(x)dx = h\left(\left(\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\right)+\frac{f(x_0)+f(x_n)}{2}\right),$$

где $h = \frac{b-a}{n}$ – шаг;

$f(x_i)$ - текущее значение функции;

$f(x_0)$- начальное значение функции;

$f(x_n)$-Конечное значение функции.

Задание 1. Вычислить определённый интеграл методом трапеций на указанном промежутке.

$$\int_0^3 2x\,dx$$

Решение.

1. Внести исходные данные a, b, n соответственно в ячейки A2,B2,C2. В ячейку D2 внести формулу =(B2-A2)/C2.
2. В диапазон ячеек A5:A15 внести значения x от 0 до 3 с шагом 0,3.
3. В диапазон ячеек B5:B15 внести значения y от указанного аргумента.
4. В ячейку D6 внести формулу метода трапеции **=(СУММ(B6:B14)+(B15+B5)/2)*D2** (Рис.24) **.**

	A	B	C	D	E
1	a	b	n	h	
2	0	3	10	0,3	
3					
4	x	f(x)			
5	0	0			
6	0,3	0,6	результат	9	
7	0,6	1,2			
8	0,9	1,8			
9	1,2	2,4			
10	1,5	3			
11	1,8	3,6			
12	2,1	4,2			
13	2,4	4,8			
14	2,7	5,4			
15	3	6			
16					

Рис.24. Метод трапеций

Метод парабол (Симпсона)

Метод парабол заключается в замене геометрической фигуры ограниченной подынтегральной функцией наиболее подходящей параболой (рис.25), вычисление при этом выполняется по формуле

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left(f(x_0) + 4\sum_{i=1}^{n} f(x_{2i-1}) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i}) + f(x_{2n})\right)$$

где $h = \frac{b-a}{n}$ – шаг

$f(x_0)$- начальное значение функции;

$f(x_{2n})$-конечное значение функции;

$f(x_{2i-1})$- текущее значение функции с чётным порядковым номером;

$f(x_{2i-1})$- текущее значение функции с нечётным порядковым номером .

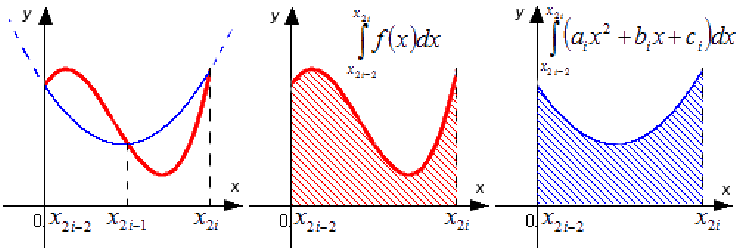


Рис.25. Метод Симпсона(парабол)

Задание 2. Вычислить определённый интеграл методом парабол на указанном промежутке.

$$\int_0^3 2x\,dx$$

Решение:

1. Внести исходные данные a, b, n соответственно в ячейки B2, C2, D2. В ячейку E2 внести формулу =(C2-B2)/D2.
2. В диапазон ячеек A5:A15 внести значения порядкового номера функции от 0 до 10.
3. В диапазон ячеек B5:B15 внести значения x от 0 до 3 с шагом 0,3.

4. В диапазон ячеек B5:B15 внести значения у от указанного аргумента.
5. В ячейку E6 внести формулу метода парабол **=(2*СУММ(C7;C9;C11;C13)+4*СУММ(C6;C8;C10;C12;C14)+C5+C15)*E2/3** (Рис. 26).

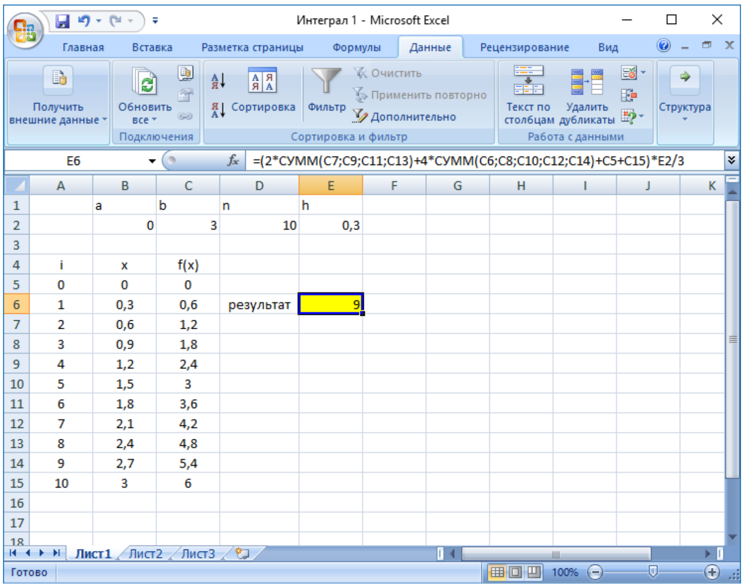


Рис.26. Метод Симпсона

В результате решения определенного интеграла двумя описанными методами ответы должны совпадать в пределах третьего знака после запятой.

Варианты заданий

Таблица 18

Номер варианта	Задание 1	Задание 2
1	$\int\limits_{-0,5}^{1,3} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}dx$	$\int\limits_{0,8}^{2} \frac{x}{\sqrt{x^3+x+2}}dx$

2	$\int_{2}^{3,2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}dx$	$\int_{2,4}^{3,2} \frac{x^2}{\sqrt{x^3-x+1}}dx$
3	$\int_{0,5}^{1,6} \frac{x^2+0,5}{\sqrt{x^2+1}}dx$	$\int_{0,2}^{4} \frac{x+4}{\sqrt{x^2+1,9}}dx$
4	$\int_{2,2}^{2,4} \frac{x^2}{\sqrt{x+1}}dx$	$\int_{2,2}^{3,4} \frac{x+5}{\sqrt{x^3+2,3}}dx$
5	$\int_{1,2}^{2} \frac{x-0,5}{\sqrt{x^2-1}}dx$	$\int_{0,4}^{1,6} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{x+2}}dx$
6	$\int_{2,2}^{9,8} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2}}dx$	$\int_{0,6}^{2} \frac{x^3}{\sqrt{x^4+x}}dx$
7	$\int_{0,2}^{2,4} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+2}dx$	$\int_{1,6}^{2,8} \frac{\cos^2 x}{\sqrt{x^2+2x}}dx$
8	$\int_{1}^{2,6} \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}dx$	$\int_{0,4}^{1,6} \frac{x^2+1,4}{\sqrt{x^2+2,7}}dx$
9	$\int_{0,8}^{1,6} \frac{0,5x+2}{\sqrt{x^2+1}}dx$	$\int_{2,2}^{2,8} \frac{x-2}{\sqrt{x^3+1}}dx$
10	$\int_{-0,4}^{1,6} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}dx$	$\int_{0,8}^{1,5} \frac{x}{\sqrt{x^3+2,4}}dx$
11	$\int_{-0,8}^{1,4} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}}dx$	$\int_{0,1}^{2,1} \frac{\ln(x+1)}{x^2+3}dx$
12	$\int_{2,6}^{3,4} \frac{x+0,5}{\sqrt{x^2+1,5}}dx$	$\int_{2,1}^{4,3} \frac{x\ln(x^2+2)}{\sqrt{x+3}}dx$

13	$\int_{-0,7}^{1,8} \frac{x^3+3}{\sqrt{x^2+5}}dx$	$\int_{1,2}^{5,2} \frac{e^{2x}}{\sqrt{x^2+x-1}}dx$
14	$\int_{3}^{5} \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2+2}}dx$	$\int_{0,9}^{5,9} \frac{e^{x^2}}{\sqrt{x^3+2x}}dx$
15	$\int_{1}^{2} \frac{2x+3}{\sqrt[3]{x+2\sqrt{x}}}dx$	$\int_{1,1}^{5,1} \frac{3^x}{\sqrt{x+2}}dx$

Библиографический список

1. *Уокенбах Д.* MS Excel 2010: профессиональное программирование в VBA.— М.: Вильямс, 2012. — 944 с.
2. *Данко П.Е.* Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2 Т.учеб. пособ.— М.: Высшая. школа. 2008 — 184 с.
3. Пузанкова Л.М.,Стеклова Г.А., Трандафилова Т.П. Решение типовых математических задач средствами Microsoft Excel. Учебно-методическое пособие / ГОУВПО СПбГТУРП. — СПб., 2009. — 41 с.
4. Азек М.П. Графики, формулы, анализ данных в Excel. —М.: Наука и техника, 2019.— 384 с.
5. Васильев А.Н. Excel 2010 на примерах. — М.: БХВ., 2013 — 362 с.

Содержание