Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»

Кафедра общей и технической физики

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

*Методические указания к практическим занятиям
для студентов бакалавриата направления подготовки
210100*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2015**

УДК 531/534 (073)

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ. Методические указания к практическим занятиям / Национальный минерально-сырьевой университет «Горный» / сост. Ю.И. Кузьмин, Н.А. Тупицкая. СПб., 2015. — 56 с.

Методические указания разработаны в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования.

Методические указания к практическим занятиям по физике конденсированного состояния, включают в себя основные законы и формулы, примеры решения задач, а также задачи для самостоятельного решения по дисциплине «Физика конденсированного состояния».

Предназначены для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 210100 «Электроника и наноэлектроника» по профилю «Промышленная электроника» Национального минерально-сырьевого университета «Горный».

Табл. 4 Ил.6. Библ.: 7 назв.

Научный редактор: проф. А.Б. Федорцов.

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания охватывают основные законы и формулы, примеры решения задач и задачи по следующим темам дисциплины “Физика конденсированного состояния”: пространственная решетка кристалла; теплоемкость и теплопроводность кристаллов; электронный газ в металлах; проводимость собственных и примесных полупроводники; *p-n*-переход, диффузия носителей тока; эффект Холла.

Приступая к самостоятельному решению задач по теме первого раздела “Пространственная решетка кристалла”, проработайте материал пособия [3], с. 12–18. Выпишите и разберите такие определения как: узел решетки, атомная плоскость, элементарная ячейка, трансляции, типы решеток, координационное число; индексы Миллера.

Решая задачи по теме “Теплоемкость и теплопроводность кристаллов” (раздел 2), проработайте материал пособия [3], с. 44–61. Рассмотрите и усвойте понятия: нормальные колебания решетки, фононы, дебаевская частота и дебаевская температура, закон Дюлонга и Пти.

Для решения задач по теме раздела 3 “Электронный газ в металлах” проработайте материал пособия [3], с. 32–42. Рассмотрите статистическое распределение Ферми–Дирака, понятие вырожденного состояния электронного газа, температуру вырождения, уровень Ферми.

Задачи четвертого раздела относятся к теме “Собственная и примесная проводимость полупроводников”. Проработайте материал пособия [3], с. 86–106. Вы должны изучить зонную структуру полупроводников, понятие ширины запрещенной зоны, представлять себе температурную зависимость проводимости собственных и примесных полупроводников. Знать основные электрофизические параметры полупроводников — концентрация носителей тока и их подвижность.

Задачи пятого раздела относятся к теме “Диффузия носителей тока. *p-n*-переход”. Проработайте материал пособия [3], с. 106–109 и с. 113–117. Вам следует усвоить такие понятия как диффузионная длина, коэффициент диффузии, время жизни неравновесных носителей тока, их соотношения между собой.

Задачи шестого раздела посвящены теме “Эффект Холла”. Проработайте материал пособия [3], с.117–119. Следует обратить внимание на то, что эффект Холла относится к гальваномагнитным явлениям и используется для определения основных электрофизических параметров полупроводников — концентрации носителей тока и их подвижности.

1. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ РЕШЕТКА
ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Координаты любого узла решетки записываются в виде $X_1 = n_1 a_1; Y_2 = n_2 a_2; Z_3 = n_3 a_3$ и обозначаются: $n[[n_1 n_2 n_3]]$, где a_i — основные периоды решетки; n_i — целые числа, называемые индексами узла и обозначающие число периодов решетки, соответствующих данному узлу, $i = 1, 2, 3$.

Для описания направления в кристалле выбирают прямую, проходящую через начало координат. Ее направление однозначно определяется индексами направления, $[n_1 n_2 n_3]$, где n_i — индексы ближайшего к началу координат узла решетки.

2. Период идентичности вдоль прямой, заданной индексами $[n_1 n_2 n_3]$, в кубической решетке выражается соотношением:

$$l = a\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2},$$

где a — параметр решетки.

3. Кристаллографические плоскости определяются тремя взаимно простыми целыми числами (hkl), называемыми индексами Миллера. Они определяют систему бесконечного числа параллельных между собой плоскостей, каждая из которых характеризуется определенным значением числа

$$q = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$$

Таким образом, кристаллографическая плоскость однозначно задается совокупностью чисел $\{(hkl), q\}$. Для отрицательных индексов над (или под) буквой ставится знак минус, например, $\bar{h}$. Индексы $[[n_1n_2n_3]]$ любого узла, лежащего в данной плоскости, удовлетворяют соотношению:

$$n_1h + n_2k + n_3l = q.$$

При $q = 0$ плоскость проходит через начало координат.

Если плоскость параллельна какой-либо оси координат, то соответствующий индекс Миллера равен нулю. Так, плоскость (110) параллельна оси z, плоскость (010) параллельна плоскости (xz), а плоскость (111) отсекает на осях одинаковые отрезки (рис. 1).

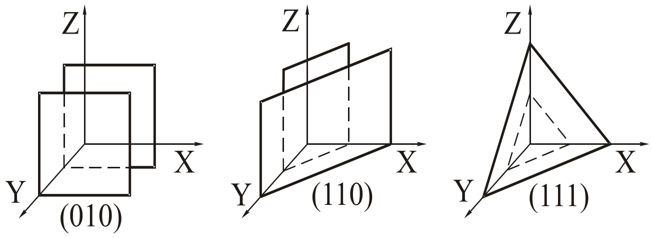


Рис. 1

4. Расстояние D плоскости от начала координат определяется числом q:

$$D = q / b_0 \, ,$$

где

$$\vec{b}_0 = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + l\vec{b}_3 \, ,$$

где b_0 — вектор обратной решетки; $\vec{b}_i$ (i = 1,2,3) — базисные векторы обратной решетки,

$$\vec{b}_1 = V_c^{-1}\left[\vec{a}_2, \vec{a}_3\right], \; \vec{b}_2 = V_c^{-1}\left[\vec{a}_3, \vec{a}_1\right], \; \vec{b}_3 = V_c^{-1}\left[\vec{a}_1, \vec{a}_2\right];$$

V_c — объем элементарной ячейки кристалла.

Из выражения $D = q / b_0$ следует, что расстояние d между соседними плоскостями $\Delta q = 1$ с индексами (hkl) равно:

$$d=\left(h^2b_1^2+k^2b_2^2+l^2b_3^2\right)^{-1/2}.$$

5. Кристаллические плоскости отсекают на осях координат отрезки, равные

$$x_q=a_1q/h,\ y_q=a_2q/k,\ z_q=a_3q/l,$$

Очевидно, что если q/h, q/k и q/l — целые числа, то плоскость пересекает соответствующую координатную ось в узловой точке.

6. Молярный объем кристалла:

$$V_\mu=\mu/\rho.$$

где μ — молярная масса; ρ — плотность кристалла.

7. Объем элементарной ячейки в случае кубической сингонии:

$$V_{эл}=a^3,$$

где a — параметр решетки.

8. Число элементарных ячеек в одном моле кристалла:

$$Z_\mu=V_\mu/V_{эл}.$$

Если кристалл состоит из одинаковых атомов, то

$$Z_\mu=N_A/n,$$

где N_A — число Авогадро; n — число одинаковых атомов, приходящихся на элементарную ячейку.

9. Число элементарных ячеек в единице объема кристалла:

$$Z=Z_\mu/V_\mu.$$

Если кристалл состоит из одинаковых атомов, то

$$Z=\rho N_A/n\mu$$

10. Параметр решетки, состоящей из одинаковых атомов:

$$a = (n\mu\rho N_{\text{A}})^{1/3}.$$

Расстояние между соседними атомами в кубической решетке:

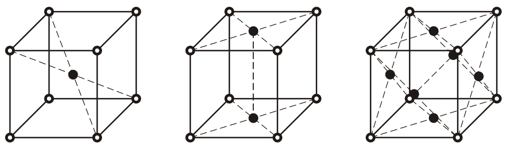
а) в простой (примитивной) решетке $d = a$

б) в гранецентрированной решетке (рис. 2, в) $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

в) в объемноцентрированной решетке (рис. 2, а) $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

г) в базоцентрированной решетке (рис. 2, б) $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Виды кубической решетки приведены на рис. 2



а) б) в)

Рис. 2

11. Число одинаковых атомов, приходящихся на элементарную ячейку:

а) простая кубическая решетка $n = 1$;
б) гранецентрированная кубическая решетка $n = 4$;
г) базоцентрированная кубическая решетка $n = 2$.
в) объемноцентрированная кубическая решетка $n = 2$;

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1

Определить параметр решетки и плотность кристалла кальция, если расстояние между ближайшими соседними атомами равно 0,393 нм. Решетка кубическая, гранецентрированная (рис. 1, в).

Дано:	Решение:
$N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ 1/моль $\mu = 40\cdot10^{-3}$ кг/моль $d = 0{,}393\cdot10^{-9}$ м $n = 4$	Параметр решетки a и расстояние d между двумя ближайшими соседними атомами связаны соотношением: $$a = d\sqrt{2}$$ Параметр решетки связан с плотностью кристалла соотношение $a = (n\mu\rho N_A)^{1/3}$.
a - ? ρ - ?	Откуда плотность кристалла равна: $\rho = \mu n / N_A a^3 = 1{,}55\cdot10^3$ кг/м^3.

Задача 2

Вычислить период идентичности l вдоль прямой [2 3 1] в решетке NaCl, если плотность кристалла равна 2,17 г/см^3. Решетка гранецентрированная кубическая (рис.1, в).

Дано	Решение:
$n_1 = 2$, $n_2 = 3$, $n_3 = 1$ $\rho = 2{,}17\cdot10^3$ кг·м$^{-3}$	Постоянная решетки кристалла NaCl равна $$a = (n\mu\rho N_A)^{1/3}$$
l — ?	

Число Авогадро $N_\text{A} = 6{,}02\cdot10^{23}\,\dfrac{1}{\text{моль}}$. Для гранецентрированной решетки число узлов в элементарной ячейке n=4. Пользуясь таблицей Менделеева, находим: A(Na) = 23, A(Cl) = 35. Следовательно, M(NaCl) = 58, откуда молярная масса NACl:

$$\mu(\mathrm{NaCl}) = 58 \cdot 10^{-3}\,\text{кг/моль}.$$

Подставляя числа в формулу (1), получаем

$$a = 5{,}62\ 10^{-10}\ \text{м}.$$

Период идентичности кристалла вдоль прямой [231]

$$l = d(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) = 13{,}3 \cdot 10^{-10}\ \text{м}.$$

Задача 3

Написать индексы Миллера для плоскости, проходящей через узлы с индексами: [[010]], [[12$\underline{2}$]], [[132]]. Найти отрезки, отсекаемые этими плоскостями на осях координат.

Дано:	Решение:
Индексы узлов: [[010]], [[12$\underline{2}$]], [[132]].	Для любого узла с индексами [[$n_1n_2n_3$]], лежащего в данной плоскости, индексы Миллера (hkl) удовлетворяют соотношению:
(hkl) –?, x_q–?, y_q–?, z_q–?	$n_1h + n_2k + n_3l = q$

где h, k, l, q — целые числа. Подставляя в это уравнение последовательно индексы всех трех узлов, получаем систему уравнений:

$$k = q$$

$$h + k - 2l = q$$

$$h + 3k + 2l = q$$

Решая эту систему в целых числах, получаем: h = –6, k = 4, l = –1; q = 4, т. е. данная плоскость задается индексами: {($\underline{6}4\underline{1}$);4}. Она отсекает на осях координат отрезки, равные

$x_0 = a_1q/h = -2/3a_1$; $y_0 = a_2q/k = a_2$; $z_0 = a_3q/h = -4a_3$, где $a_i\,(i = 1,\ \ 2,\ \ 3)$ — основные периоды решетки. Плоскость пересекает оси y и z в узловых точках.

Ответ: $\{(\bar{6}4\bar{1},4\}$; $\{-2/3a_1,\ a_2,\ -4a_3\}$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Вычислить период идентичности вдоль направления [021] в решетке AgBr, если плотность кристалла равна 3,87 г/см^3. Решетка гранецентрированная кубическая.

2. Кристаллическая плоскость проходит через узлы [[110]], [[20$\bar{1}$]], [[$\bar{3}$21]] решетки. Написать индексы Миллера для этой плоскости.

3. Система плоскостей в примитивной кубической решетке задается индексами Миллера (312). Найти наименьшие отрезки, отсекаемые плоскостью на осях координат.

4. Написать индексы Миллера для двух плоскостей, содержащих узлы с индексами: а) [[11$\bar{3}$]], [[$\bar{1}$12]], [[101]] и б) [[2$\bar{1}$1]], [[010]], [[11$\bar{1}$]]. Найти отрезки, отсекаемые этими плоскостями на осях координат.

5. Система плоскостей примитивной кубической решетки задана индексами (142). Определить расстояние между соседними плоскостями, если параметр решетки равен 0,3 нм.

6. Определить параметр примитивной кубической решетки, если межплоскостное расстояние для системы плоскостей, заданных индексами Миллера (323), при рентгеноструктурном анализе оказалось равным 0,17 нм.

7. Три системы плоскостей в примитивной кубической решетке заданы индексами Миллера: а) (111); б) (011); в) (010). Определить отношения межплоскостных расстояний: d_{111}: d_{011}: d_{010}.

8. Барий имеет объемноцентрированную кубическую решетку. Плотность кристалла бария равна $3{,}5\cdot 10^3\,\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а молярная масса $137\cdot 10^{-3}\,\dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Определить параметр решетки.

9. Золото имеет гранецентрированную кубическую решетку. Плотность золота принять равно $19{,}3 \cdot 10^3 \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а молярную массу — $197 \cdot 10^{-3} \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Определить параметр решетки и расстояние между ближайшими соседними атомами.

10. Определить число элементарных ячеек в единице объема кристалла меди. Решетка гранецентрированная кубическая. Плотность меди равна $8{,}9 \cdot 10^3 \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а молярная масса — $64 \cdot 10^{-3} \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

11. Молибден имеет объемноцентрированную кубическую решетку. Вычислить плотность молибдена и расстояние между ближайшими соседними атомами. Параметр решетки равен 0,315 нм, а молярная масса — $96 \cdot 10^{-3} \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

12. Найти плотность кристалла неона, если известно, что решетка гранецентрированная кубическая. Постоянная решетки равна 0,451 нм, а молярная масса — $20{,}2 \cdot 10^{-3} \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

13. Определить молярную массу кристалла, если известно, что расстояние между ближайшими соседними атомами равно 0,304 нм. Решетка объемноцентрированная кубическая. Плотность кристалла равна $0{,}534 \cdot 10^{-3} \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

2. ТЕПЛОЕМКОСТЬ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ КРИСТАЛЛОВ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Согласно закону Дюлонга и Пти, молярная теплоемкость химически простых твердых тел при температурах, больших температуры Дебая Θ_D

$$C_\mu = 3R,$$

где R= 8,31 Дж/(моль · К) универсальная газовая постоянная.

Для химически сложных тел (состоящих их атомов различных химических элементов) — закон Неймана-Коппа:

$$C_\mu = 3nR$$

где n — общее число частиц в химической формуле соединения.

2. Удельная теплоемкость:

$$c = C_\mu / \mu$$

— для химически простых веществ;

$$c = 3nR / \sum \mu_i$$

— для химически сложных веществ.

3. Энергия фонона ε связана с круговой частотой колебаний ω соотношением:

$$\varepsilon = \hbar \cdot \omega,$$

где $\hbar = h/2\pi = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

4. Квазиимпульс фонона

$$p = h/\lambda,$$

где $h = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

5. Скорость фонона (скорость звуковых волн в кристалле в пренебрежении дисперсией)

$$v = \omega \cdot \lambda / 2\pi.$$

6. Частота Дебая (максимальная частота колебаний кристаллической решетки)

$$\omega_D = v\,(6\pi\omega^2 n)^{1/3},$$

где $n = N/V$ — концентрация атомов в кристалле,

$$n = N_A \cdot \rho/\mu$$

где ρ — плотность кристалла; μ — молярная масса.

7. Температура Дебая:

$$\Theta_D = \hbar\,\omega_D/k,$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана.

8. Поток тепловой энергии Q, проходящий через поперечное сечение S стержня в единицу времени

$$Q = -\lambda(dT/dx)S,$$

где λ -теплопроводность; dT/dx — градиент температуры.

$$\lambda = \upsilon_\Phi l C_V/3,$$

где υ_Φ — групповая скорость фононов; l — средняя длина свободного пробега фононов между двумя последовательными столкновениями; C_V — теплоемкость единицы объема.

9. Молярная теплоемкость кристаллической решетки при температуре $T \ll \Theta_D$:

$$C_\mu = 12\pi^2 R(T/\Theta_D)^3/5 = 234R(T/\Theta_D)^3.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1

Вычислить по классической теории теплоемкость кристалла бромида алюминия ($AlBr_3$) объемом 200 см^3. Плотность кристалла бромида алюминия равна 3,01 г/см^3. Условие $T > \Theta_D$ считать выполненным.

Дано:	Решение:
$V = 2 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^3$ $\rho = 3{,}01 \cdot 10^3\,\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$	Химическая формула соединения $AlBr_3$ содержит четыре атома (n = 4). Поэтому, согласно закону Неймана-Коппа, молярная теплоемкость кристалла:
C–?	$C_\mu = 3NR = 99{,}7\,\text{Дж/моль}$.

Теплоемкость всего кристалла

$$C = C_\mu m / \mu = C_\mu \rho V / \mu = 12 R \rho V / \mu.$$

По таблице Менделеева находим: A(Al) = 27, A(Br) = 80, следовательно, $M(AlBr_3)$ = 267, а μ = 0,267 кг/моль. Подставляя в формулу числа, получаем C = 225 Дж/К.

Задача 2

Вычислить длину волны фононов в свинце, соответствующую частоте $\omega = 0{,}1\omega_D$, если плотность свинца 11,3 г/см^3, а молярная масса составляет 207 г/моль.

Дано:	Решение:
$\rho = 11{,}3 \cdot 10^3\,\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$ $\mu = 197 \cdot 10^{-3}\,\dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$ $\omega = 0{,}1\omega_D$	Частота Дебая (максимальная частота колебаний кристаллической решетки) определяется выражением: $$\omega_D = \upsilon (6\pi^2 n)^{1/3}, \qquad (1)$$ где υ — средняя скорость распространения колебаний (скорость звука) в кристалле; n — концентрация атомов в кристалле,
$\lambda_\Phi = ?$	

$$n = N_A \rho / \mu.$$

В пренебрежении дисперсией звука в кристалле:

$$\lambda = \upsilon_\Phi l C_V / 3$$

или, согласно условию задачи,

$$\lambda_{ф} = 20\pi\upsilon/\omega_D. \qquad (2)$$

Окончательно, пользуясь формулами (1) и (2), получаем

$$\lambda_{ф} = 20\pi(6\pi^2 N_А\rho/\mu)^{-1/3}. \qquad (3)$$

Подставляя в полученную формулу $N_А = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ и числовые данные из условия задачи, будем иметь $\lambda_Ф = 5 \cdot 10^{-9}$ м.

Задача 3

Определить температуру Дебая для серебра, если известно, что для нагревания серебра массой 15 г от температуры 5 К до температуры 10 К надо затратить количество тепла $6{,}8 \cdot 10^{-2}$ Дж. Условие $T << \Theta_D$ считать выполненным.

Дано:	**Решение:**
m= 0,015 кг Q =6,8 10^{-2} Дж T_1 = 5 К T_2 = 10 К	Так как по условию задачи $T << \Theta_D$, то можно воспользоваться формулой Дебая: $C_\mu = 12\pi^2 R(T/\Theta_D)^3/5 = 234R(T/\Theta_D)^3$ (1)
$\Theta_D = ?$	

Теплоемкость C тела связана с молярной теплоемкостью C_μ соотношением:

$$C = C_\mu m/\mu. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1) и интегрируя по температуре от T_1 до T_2, получаем

$$Q = (3\pi^4 mR/5\mu\Theta_D^3\left[T_2^4 - T_1^4\right] \qquad (3)$$

Выразим из формулы (3) температуру Дебая:

$$\Theta_D = ((3\pi^4 mR / 5\mu Q\left[T_2^4 - T_1^4\right])^{1/3}. \qquad (4)$$

Произведем вычисления по формуле (4), учтя, что у серебра молярная масса равна μ =0,108 кг/моль: $\Theta_D = 210$ К.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Пользуясь классической теорией, вычислить удельные теплоемкости кристаллов каменной соли и флюорита (KCl и CaF_2). Относительные атомные массы: *A*(K) = 39; *A*(Cl) = 35; *A*(Ca) = 40; *A*(F) = 19.

2. Вычислить по классической теории теплоемкость кристалла NaCl объемом 100 см^3. Плотность кристалла равна $2{,}2\cdot 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

3. Определить изменение внутренней энергии кристалла корунда (Al_2O_3) при нагревании от 30 $^\circ C$ до 150 $^\circ C$. Масса кристалла 30 г. Молярная масса алюминия — $27\cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, а кислорода — $16\cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Условие $T > \Theta_D$ считать выполненным.

4. Вычислить частоту Дебая в кристалле золота. Для золота температура Дебая равна 180 К.

5. Медный образец массой 50 г находится при температуре 10 К. Определить количество теплоты, необходимое для его нагревания до температуры 15 К. Температуру Дебая для меди принять равной 300 К. Условие $T \ll \Theta_D$ считать выполненным. Молярная масса меди $64\cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

6. Вычислить по теории Дебая теплоемкость цинка массой 80 г при температуре 12 К. Температура Дебая для цинка 308 К. Молярная масса цинка — $65\cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

7. При нагревании серебра массой 10 г от температуры 10 К до температуры 20 К было затрачено количество теплоты 0,71 Дж.

Определить температуру Дебая серебра. Условие $T << \Theta_D$ считать выполненным.

8. Используя теорию Дебая, вычислить удельную теплоемкость железа при температуре 15 К. Принять температуру Дебая для железа равной 467 К. Молярная масса железа равна $56 \cdot 10^{-3} \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Условие $T << \Theta_D$ считать выполненным.

9. Вычислить частоту Дебая для серебра, если при T = 20 К молярная теплоемкость равна 1,7 Дж/(моль К).

10. Вода при температуре $0^{\circ}C$ покрыта слоем льда толщиной 20 см. Температура воздуха равна $10^{\circ}C$. Определить количество теплоты, переданной водой за время 1 час через поверхность льда площадью 10 см^2. Теплопроводность льда 2,2 Вт/(м К).

11. Вычислить длину волны фононов в вольфраме, соответствующую частоте $\omega = 0{,}1\omega_D$, если плотность вольфрама равна $19{,}3 \cdot 10^3 \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а молярная масса — $184 \cdot 10^{-3} \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

12. Вычислить среднюю длину свободного пробега фононов в кварце (SiO_2), если теплопроводность кварца 1,26 Вт/(м К), молярная теплоемкость 44 Дж/(моль К) и усредненная скорость звука 5 км/с. Плотность кварца равна $2{,}65 \cdot 10^3 \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

13. Температура Дебая для меди равна 309 К. Определить длину волны фононов, соответствующих частоте $\nu = 0{,}1\nu_D$ и усредненную скорость звука в меди. Плотность меди равна $8{,}93 \cdot 10^3 \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а молярная масса — $64 \cdot 10^{-3} \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

14. Длина волны фонона, соответствующего частоте $\omega = 0{,}1\omega_D$, равна 52 нм. Пренебрегая дисперсией звуковых волн, определить температуру Дебая Θ_D если усредненная скорость звука в кристалле равна 4,8 км/с.

15. При нагревании кристалла меди массы m = 25 г от T_1 = 10 К до T_2 = 20 К ему было сообщено количество тепла Q = 0,80 Дж. Найти Θ_D для меди, если $\Theta_D >> T_1$ и T_2.

16. При нагревании кристалла меди массы m = 25 г от T_1 = 10 К до T_2 = 20 К ему было сообщено количество тепла Q = 0,80 Дж. Найти температуру Дебая Θ_D для меди, если $\Theta_D >> T_1$ и T_2.

17. В кристалле NaCl при температуре T = 10 К теплоемкость единицы объема $C_V = 830 \cdot 10^{-4}$ Дж/(м^3·К). Оценить скорость звука в кристалле и его Θ_D. Постоянная решетки NaCl равна a = 0,3нм.

18. Удельная теплоемкость молибдена при температуре 25 К равна 3,47 Дж/(кг·К). Вычислить по значению теплоемкости температуру Дебая молибдена.

19. Оценить максимальные значения энергии и импульса фонона в меди, температура Дебая которой равна 330 К.

20. Найти максимальную частоту $\omega_{\max}$ собственных колебаний в железе, если при T = 20 К его удельная теплоемкость

$$C_V = 2{,}7 \text{ мДж/(кг} \cdot \text{К) и } T << \Theta_D .$$

3. ЭЛЕКТРОННЫЙ ГАЗ В МЕТАЛЛАХ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Закон распределения Ферми-Дирака (рис. 3, а)

$$f(E) = \frac{1}{\exp[(E - E_F)/kT] + 1},$$

где k — постоянная Больцмана, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; T — термодинамическая температура; E_F — уровень Ферми, это энергетический уровень, вероятность заполнения которого равна 0,5.

2. Закон распределения Максвелла-Больцмана

$$f(E) = A\exp(-E/kT) \; .$$

3. Концентрация электронов $dn(\varepsilon)$, энергия которых заключена в интервале значений от E до $E+dE$ (рис. 3, б)

$$dn(\varepsilon) = (2m^*)^{3/2}(2\pi^2\hbar^3)^{-1}E^{1/2}(e^{E-E_F)/kT}+1)^{-1},$$

где m^* и E — эффективная масса и энергия электрона, $\mu = E_F$ — энергия Ферми.

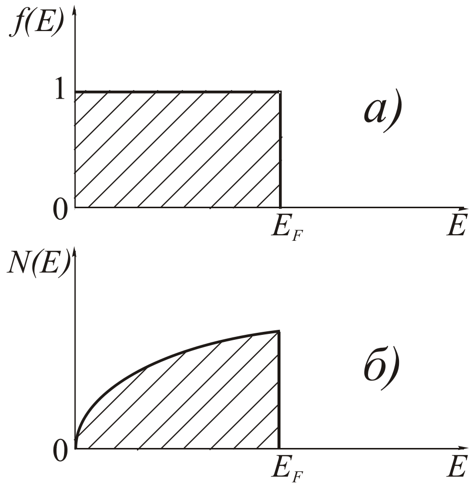


Рис. 3

4. При $T = 0$

$$E_F = (\hbar^2/2m^*)(3\pi^2 n)^{3/2}.$$

5. Средняя энергия электронов при $T = 0$:

$$< E >= 3/5E_F.$$

6. Температура Ферми

$$T_F = \frac{E_F}{k}$$

7. Температура вырождения

$$T_B = 4/(9\pi)^{1/3} T_F = 1{,}313 T_F\ .$$

8. Скорость направленного движения электронов

$$\upsilon_{\mathrm{F}} = \tau_F eE / m_n = eE\lambda/(m_n u_F)\ .$$

9. Удельная электрическая проводимость металла

$$\gamma = \frac{e^2 n\lambda}{m_n u_F} = \frac{e^2 n^{2/3}\lambda}{h}\left(\frac{8\pi}{3}\right)^{1/3}$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1

Определить температуру вырождения для калия, если считать, что на каждый атом приходится по одному свободному электрону. Плотность калия $\rho = 860$ кг/м^3.

Дано:	Решение:
$\rho = 860$ кг/м^3	Температура вырождения T_{B} согласно квантовой теории электронов в металле определяется выражением: $$T_{\mathrm{B}} = h^2 n^{2/3}(2\pi k m), \qquad (1)$$
T_{B} — ?	

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с — постоянная Планка; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$кг — масса электрона; n — концентрация квазисвободных электронов в металле. Согласно условию, n равно концентрации N атомов, которая определяется выражением:

$$N = N_{\mathrm{A}}\rho/\mu, \qquad (2)$$

где $N_А$ — число Авогадро; — плотность кристалла; μ — молярная масса калия. По таблице Менделеева $\mu = 39 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Полагая $n = N$ и подставляя выражение (2) в формулу (1) с учетом приведенных выше числовых данных окончательно получаем

$$T_В = 3{,}12\ 10^4\ К$$

Задача 2

Считая, что квантовые свойства "свободных" электронов проводимости в металле становятся существенными в том случае, когда их длина волны де Бройля становится сравнимой с постоянной решетки a, получить оценку температуры вырождения электронного газа в кристалле с концентрацией атомов n.

Дано:	Решение:
$\lambda \sim a$	Длина волны де Бройля определяется выражением $\lambda = 2\pi\hbar/p$
$T_В$ — ?	

Учитывая тепловую энергию kT и связь импульса с энергией

$$p = \sqrt{2m_e E} = \sqrt{2m_e kT},$$

получим $\lambda = 2\pi\hbar\Big/\sqrt{2m_e kT_в}$.

Считая $\lambda \sim a$, имеем $T_В = 2\pi^2\hbar^2/(m_e k a^2)$. Учитывая, что постоянная кристаллической решетки a и концентрация n электронов в простом металле связаны соотношением $a \sim (V/N)^{1/3} \sim n^{1/3}$, окончательно имеем $T_В \sim 2\pi^2\hbar^2 n^{2/3}/(m_e k)$.

Задача 3

Вычислить длину свободного пробега электронов в меди при $T = 300$ К, если ее удельное сопротивление при этой температуре равно 0,017 мкОм·м.

Дано:	Решение:
ρ = 0,017 мкОм·м, T = 300 К	Удельное сопротивление металлов связано с с длиной свободного пробега электронов λ соотношением
λ — ?	

$$\rho = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/3} \frac{h}{e^2 n^{2/3} \lambda}$$

Концентрация свободных электронов в меди $n = \dfrac{mN_A}{VA}$, где m/V = 8,92·10^3 кг/м^3 — плотность кристалла; N_A — число Авогадро; A — атомный (молекулярный) вес. Используя численные данные, получим n = 8,45·10^{28} м$^{-3}$. Отсюда следует, что длина свободного пробега $\lambda = (3/8\pi)^{1/3} h/(e^2 n^{2/3}\rho)$. Подставив численные данные, получим λ = 3,89·10^{-8} м.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Определить число свободных электронов, которое приходится на один атом Na при температуре 0 К. Энергия Ферми равна 3,12 эВ, плотность кристалла 970 кг/м^3.

2. Вычислить среднюю кинетическую энергию электронов в металле, если энергия Ферми равна 7 эВ.

3. Определить максимальную скорость электронов в металле при температуре 0 К, если энергия Ферми равна 5 эВ.

4. Определить среднюю дрейфовую скорость носителей тока в образце из натрия, если плотность тока, протекающего по образцу, равна 2 А/мм^2, плотность кристалла натрия 970 кг/м^3, а молярная масса 23 г/моль.

5. Определить вероятность заполнения электронами энергетического уровня в металле, расположенного на 10 kT выше уровня Ферми.

6. Определить, как и во сколько раз изменится вероятность заполнения электронами в металле энергетического уровня, распо-

ложенного на 0,1 эВ выше уровня Ферми, если температуру металла повысить от 300 до 1000 К.

7. Определить температуру, при которой вероятность нахождения электрона с энергией E = 0,5 эВ выше уровня Ферми в металле равна 1 %.

8. Вычислить минимальную длину волны де Бройля для свободных электронов в медном проводнике, где энергия Ферми составляет 7 эВ.

9. Энергия Ферми в кристалле серебра составляет 5,5 эВ. Найти максимальную и среднюю скорости электронов проводимости при $T \approx 0$ К. При расчете принять эффективную массу электронов равной массе свободного электрона.

10. Найти максимальную и среднюю скорости теплового движения свободных электронов в металле при $T \approx 0$ К, если концентрация электронов равна $8{,}5 \cdot 10^{18}$ м$^{-3}$.

11. Положению уровня Ферми для алюминия при $T \approx 0$ К соответствует энергия 11,7 эВ. Рассчитать число свободных электронов, приходящихся на один атом. Эффективную массу электронов проводимости принять равной массе свободного электрона.

12. Вычислите, какая часть электронов проводимости в металле при $T \approx 0$ К имеет кинетическую энергию, большую $E_F/2$.

15. Как изменится интервал между соседними уровнями энергии свободных электронов в металле, если объем кристалла уменьшить в 10 раз?

13. Вычислить удельное сопротивление проводника, имеющего плотность 970 кг/м^3 и молекулярную массу 0,023 кг/моль, если известно, что средняя скорость дрейфа электронов в электрическом поле напряженностью 0,1 В/м составляет $5 \cdot 10^{-4}$ м/с, а на каждый атом кристаллической решетки приходится один электрон.

14. В металлическом проводнике с площадью поперечного сечения 10^{-2} мм^2 и сопротивлением 10 Ом концентрация свободных электронов равна $8{,}5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$. Определить среднюю скорость дрейфа электронов при напряжении 0,1 В.

15. К медной проволоке длиной 6 м и диаметром 0,56 мм приложено напряжение 0,1 В. Сколько электронов пройдет через

поперечное сечение проводника за 10 с, если удельное сопротивление меди равно 0,017 мкОм·м?

16. Определить концентрацию свободных электронов в металле при температуре $T = 0$ К. Энергию Ферми принять равной 1 эВ.

17. Электроны в металле находятся при температуре $T = 0$ К. Найти относительное число $\Delta N/N$ свободных электронов, кинетическая энергия которых отличается от энергии Ферми не более чем на 2 %.

18. Удельная проводимость металла равна $6 \cdot 10^3$ (Ом·м)$^{-1}$. Вычислить среднюю длину свободного пробега электронов в металле, если концентрация n свободных электронов равна 10^{23} м$^{-3}$. Среднюю скорость u хаотического движения электронов принять равной 10^6 м/с.

19. Во сколько раз изменится при повышении температуры от 300 до 310 К электропроводность металла? Каков характер этого изменения?

4. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ СОБСТВЕННЫХ И ПРИМЕСНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

4.1. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ СОБСТВЕННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

1. Концентрация электронов в зоне проводимости.

$$n = 2(2\pi m_n kT)^{3/2} h^{-3} \exp\left[-(E_c - E_F)/kT\right] = \\ = N_c \exp\left[(E_F - E_c)/kT\right]$$

где N_c — эффективное число состояний (т. е плотность состояний), приведенное ко дну зоны проводимости; ($E_F - E_c$) энергия Ферми, отсчитанная от дна зоны проводимости; k — постоянная Больцмана; T — температура полупроводника в кельвинах; $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка; m_n^* — эффективная масса электрона.

2. Концентрация дырок в валентной зоне:

$$p = 2(2\pi m_p kT)^{3/2} h^{-3} \exp[(E_v - E_F)/kT] =$$
$$= N_v \exp[(E_v - E_F)/kT],$$

где: N_V — эффективное число состояний валентной зоны, приведенное к потолку зоны; $(E_V - E_F)$ — энергия Ферми, отсчитанная от потолка валентной зоны; E_V — энергия, соответствующая потолку валентной зоны; m_p — эффективная масса дырки.

3. Равновесная концентрация носителей в собственных полупроводниках:

$$n_i = n = p = (N_v N_c) \exp[-Eg/2kT],$$

где E_g — ширина запрещенной зоны полупроводника.

4. Положение уровня Ферми в собственном полупроводнике:

$$E_F - E_c = -E_g/2 + kT/2 \ln(N_v/N_c,$$

или

$$E_F - E_c = -E_g/2 + 3kT/4 \ln(m_n/m_p).$$

При $T = 0$ или $m_n = m_p$ уровень Ферми находится посередине запрещенной зоны.

5. Удельная проводимость

$$\sigma = e(u_n + u_p)\sqrt{(N_C N_V)} \exp(-E_g/2kT) = \sigma_0 \exp(E_g/2kT),$$

где u_n и u_p подвижности электронов и дырок соответственно.

4.2. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ СОБСТВЕННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

6. Уравнение электронейтральности для электронного (донорного) полупроводника:

$$n_n = p_n + n_{\text{d}},$$

где: n_n — концентрация электронов в зоне проводимости электронного полупроводника; p_n— концентрация дырок в валентной зоне электронного полупроводника; n_d — концентрация электронов, перешедших с донорных уровней в зону проводимости.

7. Уравнение электронейтральности для дырочного (акцепторного) полупроводника:

$$p_p = n_p + p_A,$$

где: p_p — концентрация дырок в валентной зоне дырочного полупроводника; n_p — концентрация электронов в зоне проводимости дырочного полупроводника; p_A — концентрация дырок, перешедших с акцепторных уровней d валентную зону.

В случае, когда все примеси ионизованы,

$$N_d \sim Nd \text{ или } n_A \sim N_A,$$

где N_d и N_A — концентрация донорных и акцепторных атомов соответственно.

8. Закон действующих масс:

Произведение концентраций электронов и дырок в полупроводнике не зависит от его легирования, а зависит только от температуры и равно квадрату концентраций носителей в собственном полупроводнике:

$$np = n_i^2(T) .$$

9. Электропроводность электронного (донорного) полупроводника:

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-E_g / 2kT) + \sigma_{0n} \exp(-E_d / 2kT),$$

где E_d— энергия активации донорных примесей, $\sigma_{0n} = neu_n$.

10. Электропроводность дырочного (акцепторного) полупроводника:

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-E_g / 2kT) + \sigma_{0p} \exp(-E_A / 2kT)$$

где $\sigma_{0p} = epu_p$; E_A– энергия активации акцепторных уровней.

11. Температура, при которой происходит полное истощение донорной примеси T_s:

$$T_s = \frac{E_d}{k \ln(3N_c / N_d)}.$$

12. Связь плотности тока с дрейфовой скоростью носителей тока:

$$j = en < v >,$$

где n— концентрация носителей тока, <v> — средняя дрейфовая скорость носителей тока в проводнике.

Зонная диаграмма примесного полупроводника приведена на рис. 4.

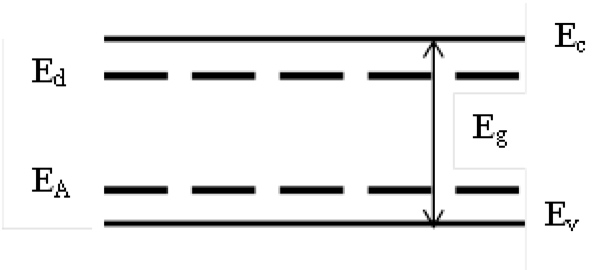


Рис. 4. E_c — энергетический уровень, соответствующий «дну» зоны проводимости, E_c — энергетический уровень, соответствующий «потолку» валентной зоны, E_g — ширина запрещенной зоны, $E_{D,}$ E_A — энергетические уровни донорной и акцепторной примесей.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1

Вычислить положение уровня Ферми относительно дна зоны проводимости в полупроводнике с концентрацией ионизированных доноров 10^{23} м$^{-3}$. При температуре 300 К плотность состояний у дна зоны проводимости $2{,}5 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$**.**

Дано:	Решение:
$N_d = 1{,}0\cdot10^{23}$ м$^{-3}$ T = 300 K $N_c = 2{,}5\cdot10^{25}$ м-3 $k = 1{,}38\ 10^{-23}$ Дж/К	По условию задачи мы имеем дело с донорным полупроводником (n-типа), который находится при температуре $T > T_s$, где T_s — температура, при которой происходит полное истощение примеси:
$(E_F - E_c) = ?$	$$T_s = \frac{E_d}{k\ln(3N_c / N_d)}. \qquad (1)$$

Обычно энергия ионизации доноров порядка E_d ~ 0,01 эВ. Используя это значение и численные значения N_c и N_d, можно оценить величину T_s. Проведя вычисления по формуле (1), получим: T_s ~ 20 K, т.е. $T >> T_s$.

Концентрация электронов в зоне проводимости при полном истощении донорных примесей становится равной концентрации примеси ($n = N_Д$). Она определяется выражением:

$$n = N_c \exp[(E_F - E_c)/kT], \qquad (2)$$

следовательно, в нашем случае:

$$\frac{N_c}{N_d} = \exp[-(E_F - E_c)/kT]. \qquad (3)$$

Прологарифмируем выражение (3):

$$\ln\frac{N_c}{N_d} = [-(E_F - E_c)/kT]. \qquad (4)$$

Отсюда

$$E_F - E_c = -kT\ln(N_c / N_d). \qquad (5)$$

Подставляя в выражение (5) численные значения величин, проведем вычисления и определим положение уровня Ферми: $(E_F - E_c) = -0{,}143$ эВ.

Задача 2.

В германии при температуре 300 К концентрация собственных носителей равна $4{,}0\cdot 10^{19}\,\text{м}^{-3}$. Определить концентрацию электронов nn, дырок pn в зоне проводимости и концентрацию доноров *Nd,* если концентрация электронов в зоне проводимости на 0, 5% больше концентрации доноров.

Дано:	Решение:
T= 300 К $n_i = 4{,}0\cdot 10^{19}\,\text{м}^{-3}$ n_n = 1,005 N_d	По условию задачи мы имеем дело с примесным полупроводником n-типа (донорный полупроводник). Используем уравнение электронейтральности: $n_n = p_n + N_d$ (1)
n_n = ? p_n = ? N_d = ?	

Подставляем условие для n_n в формулу (1):

$$1{,}005N_d = p_n + N_d$$

откуда $p_n = 5\cdot 10^{-3} N_d$.

Для определения N_d используем закон действующих масс:

$$np = n_i^2, \qquad (2)$$

откуда получаем:

$$5{,}025\cdot 10^{-3} N_d^2 = n_i^2,$$

и, следовательно

$$N_d = n_i / 0{,}071 = 5{,}65\cdot 10^{20}\,\text{м}^{-3}.$$

Теперь вычислим концентрацию электронов и дырок в зоне проводимости:

$$n_n = 1{,}005N_d = 5{,}68\cdot 10^{20}\,\text{м}^{-3}.$$

$$p_n = 5 \cdot 10^{-3} N_d = 2{,}82 \cdot 10^{18}\ \text{м}^{-3}.$$

Ответ: $N_d =$ $5{,}65 \cdot 10^{20}\ \text{м}^{-3}$, $n_n =$ $5{,}68 \cdot 10^{20}\ \text{м}^{-3}$,
$p_n = =$ $2{,}82 \cdot 10^{18}\ \text{м}^{-3}$.

Задача 3

При нагревании арсенид-галлиевого образца, находившегося при температуре 0 градусов Цельсия, его проводимость возросла в 4 раза. До какой температуры был произведен нагрев образца?

Дано:	Решение.
$T_1 = 273$ К $\dfrac{\sigma_2}{\sigma_1} = 4$ $E_g = 1{,}43 эB = 1{,}43 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} =$ $= 2{,}3 \cdot 10^{-19}$ Дж	Удельная проводимость полупроводников связана с температурой T соотношением: $\sigma = \sigma_0 e^{\frac{-E_g}{2kT}}$,
$T_2 = ?$	

где σ_0 — величина, не зависящая от температуры, E_g — ширина запрещенной зоны, k — постоянная Больцмана.

Таким образом

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{e^{\frac{-E_g}{2kT_1}}}{e^{\frac{-E_g}{2kT_2}}} = \exp\left[\frac{E_g}{2k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right] = 4.$$

Прологарифмируем выражение и получим:

$$\frac{E_g}{2k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) = \ln 4,$$

откуда

$$T_2 = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{2k \ln 4}{E_g} \right)^{-1}.$$

Подставим числовые значения, произведем вычисления:

$$T_2 = \left(\frac{1}{273} - \frac{2 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 1{,}38}{2{,}3 \cdot 10^{-19}} \right)^{-1} = 291{,}5\,K.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Собственный полупроводник при температуре 300 К имеет сопротивление равное $2 \cdot 10^5$ Ом. Если его нагреть до температуры 400 К, то его сопротивление уменьшится до $0{,}5 \cdot 10^5$ Ом. Найти ширину запрещенной зоны.

2. Определить значение дрейфового тока, протекающего через кремниевый стержень длиной 5 см и с поперечным сечением $0{,}5 \times 0{,}5$ см^2, к концам которого приложена разность потенциалов 6 В. Кремний *n*-типа проводимости. Концентрация электронов проводимости в нем равна 10^{22} м$^{-3}$, концентрация собственных носителей равна $2{,}05 \cdot 10^{16}$ м$^{-3}$. Температура T = 300 К.

3. Определить при T = 300 К: а) удельное сопротивление собственного образца кремния; б) удельное сопротивление такого образца с донорной примесью, когда один атом донорной примеси приходится на каждые 10^8 атомов кремния?

4. Образец германия содержит в качестве примеси фосфор с концентрацией $2 \cdot 10^{14}$ атом/см^3. Определить: а) каковы удельное сопротивление и тип полупроводника при комнатной температуре; б) какую нужно создать концентрацию атомов галлия в этом полупроводнике, чтобы тип полупроводника изменился на противоположный, а удельное сопротивление стало равным 0,6 Ом·см; в) каков процент содержания примеси в этом образце?

5. Образец германия содержит в качестве примесей 10^{20} донорных атомов в 1 $м^3$ и $7\cdot10^{19}$ акцепторных атомов в 1 $м^3$. При комнатной температуре образца удельное сопротивление собственного германия равно 0,6 Ом·м. Определить плотность полного дрейфового тока, если к образцу приложено электрическое поле напряженностью 200 В/м. Подвижность электронов

μ_n = 0,38 $м^2$/(В·с), подвижность дырок μ_p = 0,18 $м^2$/(В·с).

6. Образец германия собственного типа проводимости при температуре 27 $^\circ C$ обладает удельным сопротивлением 0,47 $Ом\cdot м$. Определить удельную проводимость германия при температуре $127^\circ C$. Ширину запрещенной зоны принять равной 0,7 эВ независимо от температуры.

7. Во сколько раз изменится сопротивление германиевого образца, если его охладить от комнатной температуры $20^\circ C$ до температуры жидкого азота (77 К). Ширину запрещенной зоны считать равной 0,72 эВ независимо от температуры.

8. Пластину фосфида галлия охлаждают от комнатной температуры $22^\circ C$ до температуры жидкого азота (77 К). Как и во сколько раз изменится проводимость? Ширину запрещенной зоны считать равной 2,27 эВ независящей от температуры.

9. Пластина арсенида галлия *p*-типа находится при температуре 0° *C*. Во сколько раз возрастет концентрация дырок в валентной зоне при нагреве пластины на 10 градусов? Ширину запрещенной зоны арсенида галлия принять равной 1,43 эВ.

10. Как и во сколько раз изменится удельная проводимость германиевой пластины собственного типа проводимости, если ее поместить в термостат, температура которого возрастает от 0 до 70 градусов Цельсия. Ширину запрещенной зоны германия принять равной 0,72 эВ, не зависящей от температуры.

11. Температура чистого кремния 320 К. При нагревании удельная проводимость возросла вдвое. Ширина запрещенной зоны кремния при 320 К равна 1,1 эВ. Найти температуру кремниевого образца.

12. До какой температуры нужно нагреть образец из кремния, находящегося при температуре 0 градусов Цельсия, чтобы его проводимость возросла в 4 раза?

13. Полупроводниковый излучатель, изготовленный на основе арсенида галлия, был нагрет до 400 К. Как и во сколько раз изменилось сопротивление излучателя, если исходно он находился при комнатной температуре.

14. При нагревании полупроводника с собственным типом проводимости от 300 К до 400 К сопротивление полупроводника уменьшилось в 12 раз. Найти ширину запрещенной зоны полупроводника.

15. При температуре 300 К концентрация электронов в зоне проводимости $n = 1{,}5 \cdot 10^{16}$ м$^{-3}$. Определить положение энергии Ферми относительно дна зоны проводимости. Плотность состояний в зоне проводимости принять равной $N_c = 2{,}5 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

16. Найти положение уровня Ферми относительно дна зоны проводимости в полупроводнике при температуре 300 К, если концентрация полностью ионизированных примесей

равна 10^{22} м$^{-3}$. Плотность состояний у дна зоны проводимости равна $N_c = 2{,}5 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

17. При температуре 300 К удельная электропроводность кремния равна $4{,}3 \cdot 10^{-4}$ См/м, подвижность электронов составляет $0{,}135$ м^2/В$\cdot$с, а подвижность дырок 0,048 м^2/(В·с). Определить концентрацию собственных носителей. Какая часть полного тока обусловлена электронами?

18. Считается, что полупроводниковый материал пригоден для использования в приборе, если при рабочих температурах концентрация собственных носителей $n_i \le 1{,}1 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$. Определить максимальную рабочую температуру приборов на основе арсенида галлия (GaAs), у которого ширина запрещенной зоны равна 1,43 эВ, плотность состояний у дна зоны проводимости $4{,}7 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$, а у потолка валентной зоны $7{,}0 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$. При этом можно считать, что ве-

личины ширины запрещенной зоны и плотностей состояний не зависят от температуры.

19. Определить подвижность носителей тока в кремниевом образце толщиной 10 мкм, имеющем концентрацию

электронов 10^{18} м$^{-3}$, если при подаче на образец напряжения 5 В через него протекает ток плотностью $j = 2 \cdot 10^4$ А/м^2.

20. В образец кремния вводится примесь n-типа с концентрацией $n = 5{,}0 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$. После этого концентрация неосновных носителей в нем при температуре 300 К составляет

$2{,}42 \cdot 10^{10}$ м$^{-3}$. Определить концентрацию собственных носителей n_i в кремнии при температуре 300 К в предположении, что все примеси ионизированы.

21. В слиток германия одновременно введены сурьма с концентрацией $8{,}7 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$ и галлий с концентрацией $3{,}68 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$. Найти удельную проводимость слитка при условии, что все примесные атомы ионизированы, а подвижность электронов и дырок соответственно равны 0,36 м^2/(В·с) и 0,1 м^2/(В·с); сурьма является донором, а галлий — акцептором.

22. Образец германия, имеющий при температуре 300 К собственную удельную проводимость $\gamma = 4{,}3 \cdot 10^{-4}$ См/м, легирован донорной примесью с концентрацией $1{,}0 \cdot 10^{21}$ м$^{-3}$. Найти концентрацию дырок. Определить, какая часть тока обусловлена дырками. Подвижности электронов и дырок при температуре 300 К принять соответственно равными 0,135 м^2/(В·с) и 0,048 м^2/(В·с).

23. В чистом германии концентрация n_iсобственных носителей при температуре 300 К $n_i = 2{,}25 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$. Подвижности электронов и дырок при этой температуре соответственно равны 0,4 м^2/(В·с) и 0,2 м^2/(В·с). Определить проводимость чистого германия и германия с концентрацией акцепторов $N_a = 4{,}5 \cdot 10^{21}$ м$^{-3}$.

24. Полупроводниковая пластина при температуре 300 К, имеющая удельное сопротивление $\rho = 2{,}1{,}\cdot 10^3$ Ом·м, легирована акцепторной примесью с концентрацией $n = 1{,}0 \cdot 10^{21}\,\text{м}^{-3}$.

Определить концентрацию электронов. Какая часть тока обусловлена электронами. Подвижности электронов и дырок при температуре 300 К принять соответственно равными 0,15 м^2/(В·с) и 0,05 м^2/(В·с).

25. Напряженность электрического поля в кристалле собственного кремния составляет величину 500 В/м, а подвижности электронов и дырок соответственно равны 0,14 и 0,05 м^2/(В·с). Концентрация собственных носителей равна $1{,}5\cdot 10^{16}\ \text{м}^{-3}$. Определить: а) скорости дрейфа электронов и дырок; б) удельное сопротивление кремния.

5. ДИФФУЗИЯ НОСИТЕЛЕЙ ТОКА. *p-n*–ПЕРЕХОД

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Коэффициенты диффузии электронов D_n и дырок D_p

$$D_n = kTu_n / e;\ D_p = kTu_p / e,$$

где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд электрона, u_n и u_p — подвижности электронов и дырок соответственно.

2. Коэффициент амбиполярной диффузии:

$$D_{эфф} = (n + p)/(n / D_p + p / D_n),$$

где n и p—концентрация электронов и дырок соответственно.

3. Для собственного полупроводника (n=p):

$$D_{эфф} = 2D_n D_p / D_p + D_n).$$

4. Диффузионная длина L:

$$L = (D_{эфф} \cdot \tau)^{1/2},$$

где τ — время жизни неравновесных носителей тока.

5. Концентрация неравновесных носителей тока на расстоянии x от поверхности полупроводника, на которой происходит образование электронно-дырочных пар:

$$\Delta n(x) = \Delta n(0)\exp(-x/L),$$

где $\Delta n(0)$ — концентрация неравновесных носителей тока в месте их образования, например, на поверхности освещенного полупроводника; x—координата, направленная перпендикулярно поверхности полупроводника (расстояние от поверхности); L — диффузионная длина.

6. Сила прямого тока в p–n-переходе:

$$I = I_s\left[\exp(eU/kT) - 1\right],$$

где U— внешнее напряжение, приложенное к p–n-переходу в прямом направлении («+» к p-области, «–» к n-области); I_s— предельное значение обратного тока (ток насыщения). Сила обратного тока:

$$I = -I_{S,} \quad I_S \sim n_i^2 \sim \exp\left[-E_g/kT\right].$$

Вольтамперная характеристика p–n-перехода представлена на рис. 5.

7. Дифференциальное сопротивление характеризует r-крутизну вольтамперной характеристики p-n-перехода в данной точке:

$$r = \frac{dU}{dI} = \frac{kT}{e(I + I_s)}.$$

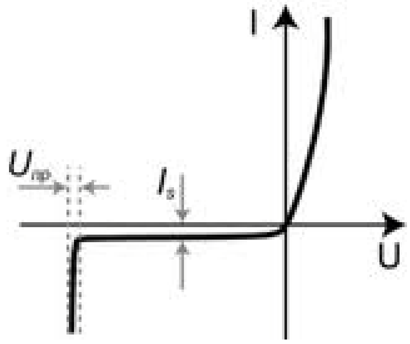


Рис.5

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1

На расстоянии 0,48 мм от освещенной поверхности собственного кремния концентрация неравновесных носителей тока спадает в 3 раза. Определить время жизни неравновесных носителей тока, если температура кремния 300 К, а подвижность электронов и дырок при этой температуре соответственно

1500 см^2/(В·с) и 500 см^2/(В·с). Собственная концентрация в Si при данной температуре 10^{10} см$^{-3}$.

Дано:	Решение:
$n_i = 10^{16}$ м$^{-3}$	Время жизни неравновесных носителей тока можно определить из соотношения
u_n = 0,15 м^2 /В·с	$l = (D_{эфф}\tau)^{1/2} \Rightarrow \tau = L^2 / D_{эфф}$.
u_p = 0,05 м^2 / В·с	
T = 300 К	
$x = 4{,}8 \cdot 10^{-4}$ м	
$\Delta n(x) / \Delta n(0) = 1/3$	
τ = ?	

Диффузионную длину найдем из соотношения, связывающего концентрации неравновесных носителей тока на поверхности $n(0)$ и на расстоянии $n(x)$:

$$\Delta n(x) = \Delta n(0)e^{-x/L} \Rightarrow \Delta n(x)/\Delta n(0) = e^{-x/L} \Rightarrow$$
$$\ln[\Delta n(0)/\Delta n(x)] = x/L.$$

Следовательно,

$$L = \frac{x}{ln 3} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-4}}{1{,}1} = 4{,}36 \cdot 10^{-4}\,\text{м}.$$

Чтобы найти коэффициент амбиполярной диффузии, надо сначала найти коэффициенты диффузии электронов и дырок:

$$D_n = kTu_n / e \text{ и } D_p = kTu_p / e$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$D_n = 3{,}88 \cdot 10^{-3}\,м^2/с\,, D_p = 1{,}29 \cdot 10^{-3}\,\text{м}^2/\text{с}$$

Для собственного полупроводника ($n=p=n_i$) коэффициент амбиполярной диффузии равен:

$$D_{эфф} = 2D_n D_p / D_p + D_n) = 1{,}94 \cdot 10^{-3}\,\text{м}^2/\text{с}.$$

И, наконец, вычисляем время жизни неравновесных носителей тока:

$$\tau = L^2 / D_{эфф} = 9{,}84\,\text{с}.$$

Задача 2

В собственном кремнии при температуре 0^o C подвижности электронов и дырок соответственно равны 1500 м^2/(В·с), 500 м^2/(В·с). Определить время жизни неравновесных носителей тока и коэффициент биполярной диффузии, если диффузионная длина равна 3,2 мм.

Дано:	Решение.
u_n =1500 см^2/(В·с)=0,15 см^2/(В·с)	Время жизни неравновесных носителей тока найдем из соотношения $\tau = L^2 / D_{эфф}$,
u_p = 500 см^2/(В·с)=0,05 м^2/(В·с);	
T = 273 К	
L=3,2мм=3,310^{-3} м	
τ = ? $D_{эфф}$= ?	

где L — диффузионная длина, а $D_{эфф}$ — коэффициент амбиполярной диффузии.

Для нахождения последнего воспользуемся формулой:

$$D_{эфф} = 2D_n D_p / D_p + D_n),$$

где D_n и D_p — коэффициенты диффузии электронов и дырок, которые выразим из формул:

$$D_n = kTu_n / e, D_p = kTu_p / e.$$

Поскольку подвижности электронов дырок u_n и u_p нам известны из условия задачи, то коэффициент амбиполярной диффузии равен:

$$D_{эфф} = 2D_n D_p / D_p + D_n) = 2\frac{kTu_n / e \cdot kTu_p / e}{kTu_n / e + kTu_p / e} = 2\frac{kT}{e}\frac{u_n \cdot u_p}{u_n + u_p}$$

$$= \frac{2 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}05}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}2} = 1{,}77 \cdot 10^{-3}\text{м}^2/\text{с}$$

Искомое время жизни неравновесных носителей тока равно:

$$\tau = L^2 / D_{эфф} = \frac{(3{,}2 \cdot 10^{-3})^2}{1{,}77 \cdot 10^{-3}} = 5{,}78 \cdot 10^{-3}\text{с}.$$

Задача 3

Германиевый сплавной *p*-*n*-переход имеет обратный ток насыщения I_s=1 мкА, а кремниевый с такими же размерами — ток $I_s = 10^{-8}$ А. Вычислите и сравните прямые напряжения на переходах при T= 300 К, если через каждый диод протекает ток 100 мА. Найти их дифференциальные сопротивления при этом значении тока.

Дано: I_s(Ge) = 1мкА I(Si) = = 100 мА I_s(Si) = 10^{-8} мкА $U_{обр}$ = 0,2 *В* T = 300 К ——— $U_{пр}$ – ? r – ?	Решение. Прямое напряжение найдем из выражения для вольтамперной характеристики *p*-*n*-перехода: $I = I_s\left[\exp(eU/kT)-1\right],$ откуда получим $\frac{I}{I_s} = \left[\exp(eU/kT)-1\right].$

Если отношение токов много больше единицы, то единицей в скобках можно пренебречь. Очевидно, это условие выполняется и для германия, и для кремния, т.е.

$$\frac{I}{I_s} = \left[exp(\,eU / kT\,)\right]$$

Прологарифмируем данное выражение:

$$ln\frac{I}{I_s} = \frac{eU}{kT},$$

откуда искомое прямое напряжение равно:

$$U = ln\frac{I}{I_s}\frac{kT}{e}.$$

Подставим соответствующие числовые значения:

а) для германия

$$I/I_a = 10^5 \Rightarrow U = 5\frac{kT}{e}ln10 = 5\frac{1{,}38\cdot10^{-23}\cdot300}{1{,}6\cdot10^{-19}} = 0{,}3\text{В}.$$

б) для кремния:

$$I/I_a = 10^7 \Rightarrow U = 7\frac{kT}{e}ln10 = 7\frac{1{,}38\cdot10^{-23}\cdot300}{1{,}6\cdot10^{-19}} = 0{,}4\text{В}.$$

Как видно из полученных результатов, прямое напряжения для кремния будет выше.

Найдем дифференциальное сопротивление

$$r = \frac{dU}{dI} = \frac{kT}{e(I + I_s)}.$$

Для германия I_s(Ge) = 1 мкА, для кремния I_s(Si) = 10^{-8} мкА.

В обоих случаях $I_s << I$, следовательно, $I + I_s \approx I$. Для обоих материалов величина дифференциального сопротивления будет одинакова и равна:

$$r = \frac{1{,}38\cdot10^{-23}\cdot300}{1{,}6\cdot10^{-19}0{,}1} = 0{,}26 \text{ Ом}.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Определить коэффициент амбиполярной диффузии в кремнии при температуре 300 К, если концентрация электронов в *Si* равна 10^{11} см$^{-3}$, а подвижность электронов и дырок соответственно равна 1500 см^2/(В·с) и 500 см^2/(В·с). Собственная концентрация носителей 10^{10} см$^{-3}$.

2. Вычислить коэффициент амбиполярной диффузии в полупроводнике, если известно, что на расстоянии 0,7 мм от его осве-

щенной поверхности концентрация неравновесных носителей тока спадает в два раза, а время их жизни равно 500 мкс.

3. Коэффициент амбиполярной диффузии в полупроводнике равен 25 м^2/с, а время жизни неравновесных носителей тока 200 мкс. Определить концентрацию неравновесных носителей тока на расстоянии 0,5 мм от освещенной поверхности полупроводника, если их концентрация на поверхности 10^{15} см$^{-3}$.

4. Подвижность дырок в собственном полупроводнике при температуре 300 К равна 600 см^2/(В·с). Определить подвижность электронов, если коэффициент амбиполярной диффузии равен 30,5 см^2/с.

5. Определить время жизни неравновесных носителей тока в собственном кремнии при температуре — 20 °С, если диффузионная длина равна 2 мм. Подвижности электронов и дырок соответственно равны 1500 см^2/(В·с), 500 см^2/(В·с).

6. В кремнии *n*-типа проводимости время жизни неравновесных носителей тока при комнатной температуре равно 400 мкс, диффузионная длина составляет 1,5 мм. Определить коэффициент диффузии для неосновных носителей тока, если подвижность электронов равна 0,14 м^2/(В · с)

7. В кристалле арсенида галлия собственного типа проводимости подвижности электронов и дырок при температуре 300 К соответственно равны 0,9 и 0,4 м^2/(В·с). Определить коэффициент амбиполярной диффузии.

8. На расстоянии 3 мм от освещенной поверхности полупроводника концентрация неравновесных носителей тока $\Delta p(3)$ равна $10^{13}\,\text{см}^{-3}$, а на глубине 5,3 мм $\Delta p(5{,}3)$ – $10^{12}\,\text{см}^{-3}$. Найти диффузионную длину дырок.

9. На каком расстоянии от поверхности освещенного полупроводника концентрация неравновесных носителей тока уменьшится в сто раз. Диффузионная длина для них равна 2 мм.

10. В однородный полубесконечный полупроводник *n*-типа в плоскости $x = 0$ непрерывно инжектируются дырки так, что $\Delta p(0) = 10^{13}\,\text{см}^{-3}$. Определить неравновесную концентрацию дырок

на расстоянии 5 мм от поверхности, если время жизни дырок равно τ_p = 800 мкс, а коэффициент амбиполярной диффузии D_p равен 50 см^2/с.

11. На поверхности полупроводника *n*-типа проводимости световым зондом генерируются электронно-дырочные пары. Определить диффузионную длину дырок, если концентрация неравновесных носителей тока на расстоянии 1 мм от зонда равна 10^{13} см$^{-3}$, а тока на расстоянии 3,4 мм от зонда — 10^{12} см$^{-3}$.

12. Определить концентрацию неравновесных носителей тока на расстоянии 4,6 мм поверхности полупроводника *p*- типа при облучении ее лазерным лучом, если концентрация неравновесных электронов, генерируемых на поверхности полупроводника световым зондом равна 10^{13} см$^{-3}$. Диффузионную длину электронов считать равной 2 мм.

13. Определите время жизни и подвижность электронов при *T* = 300 К, если диффузионная длина электронов в германии равна 0,15 см, а коэффициент диффузии 93 см^2/с.

14. Определите время жизни и подвижность дырок в кремнии *p*-типа при комнатной температуре, если диффузионная длина для дырок равна 0,07 см, а концентрация акцепторной примеси порядка $1\cdot10^{16}$ см$^{-3}$.

15. Определить диффузионную длину и коэффициент диффузии электронов в германии при комнатной температуре, если время жизни электронов равна 500 мкс, а подвижность электронов составляет 3600 см^2/(В·с).

16. Напряженность электрического поля в кристалле собственного кремния составляет величину500 В/м, а подвижности электронов и дырок, соответственно равны 0,14 и 0,05 м^2/(В·с). Концентрация собственных носителей равна $1{,}5\cdot10^{16}$ м$^{-3}$. Определить удельное сопротивление кремния.

17. Вычислить диффузионные длины для электронов в германии *p*-типа и дырок в германии *n*-типа, если время жизни неосновных носителей заряда $\tau_n = \tau_p = 10^{-4}$ с, коэффициенты амбиполярной

диффузии для германия *p*-типа составляет величину $99 \cdot 10^{-4}$ и для германия *n*-типа - $47 \cdot 10$ $м^2/с$.

18. *p*-*n* переход находится под обратным напряжением 0,1 В при T = 300 К. Его сопротивление 692 Ом. Каково сопротивление перехода при прямом напряжении той же величины?

19. Сопротивление *p*-*n*-перехода при T = 300 К, находящегося под прямым напряжением 0,1 В, равно 10 Ом. Определить сопротивление перехода при обратном напряжении.

20. Прямое напряжение, приложенное к *p*–*n*-переходу, равно 0,2 В. Вычислить отношение сил тока через переход при температурах 273 К и 300 К. Ширина запрещенной зоны равна

1 эВ.

21. Определить, во сколько раз возрастет сила тока насыщения через *p*-*n*-переход для кремниевого прибора, если его температура в процессе работы возрастет от $20^{o}C$ до $120^{o}C$. Ширину запрещенной зоны для кремния принять равной 1,1 эВ.

22. Определить величину прямого напряжения, при котором ток через *p*–*n*-переход равен предельному значению обратного тока (выпрямление отсутствует). Температуру принять равной 20^{o} С.

23. Найти величину прямого тока через *p*-*n*-переход при напряжении, равном 0,2 В, если величина обратного тока насыщения, протекающего через *p*-*n*-переход при комнатной температуре, равна 0,5 мкА.

24. Обратный ток (ток насыщения) *p*-*n*-перехода при температуре 287 К составляет 0,001 мкА. Каково падение прямого напряжения на *p*-*n*-переходе при условии, при прямом смещении, равном 4 В, величина прямого тока принимает значение 0,5 мкА.

25. К *p*-*n*-переходу приложено прямое смещение величиной 0,4 В и протекает ток. Какое напряжение следует приложить к *p*-*n*-переходу, чтобы величина прямого тока ток увеличилась вдвое. Температуру принять равной 300 К.

26. Вычислить прямое и обратное сопротивления *p*-*n*-перехода при комнатной температуре, если величина прямого тока равна 200 мА, а обратный ток при напряжении 4 В равен 0,2 мкА.

27. Определить, как изменится сила тока насыщения через

p–n-переход в кремниевом диоде при возрастании рабочей температуры от $24^{o}C$ до 120^{o} C. Ширину запрещенной зоны для кремния принять равной 1,1 эВ.

28. В германиевом диоде предельный обратный ток при напряжении 4 В составляет величину 300нА. Сила тока при прямом смещении 0,4 В равна 0,2 А. Чему равно сопротивление p-n-перехода при прямом смещении? Диод находится при температуре 20 ℃.

29. Найти сопротивление p–n-перехода при прямом смещении, равном 0,3 В, если его сопротивление при таком же обратном напряжении составляет 720 Ом. Температура p-n-перехода равна 290 К.

30. В идеальном p –n-переходе прямое напряжение 0,1 В вызывает определенный ток при T = 300 К. Какое необходимо прямое напряжение, чтобы ток увеличился в 2 раза?

31. Для идеального p-n-перехода при T = 300 К определить: а) какое необходимо приложить напряжение к переходу, чтобы получить прямой ток, равный обратному току насыщения I_0; б) какое необходимо прямое напряжение для получения тока, в 100 раз большего, чем обратный ток насыщения I_0.

32. При T = 300 К обратный ток насыщения идеального германиевого диода I_s=30 мкА. Найти дифференциальное сопротивление диода при прямом и обратном напряжениях 0,2 В.

33. Найти дифференциальное сопротивление диода, находящегося при температуре 300 К при прямом напряжении, равном 0,4 В, если ток насыщения равен 3 мкА.

6. ГАЛЬВАНО-МАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ. ЭФФЕКТ ХОЛЛА

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

Эффект Холла заключается в появление поперечной разности потенциалов в проводнике с током, помещенном в магнитное поле; l — длина проводника, d — толщина проводника, j — плотность тока через проводник, B — вектор магнитной индукции, $U_н$ – холловская разность потенциалов (см. рис.6).

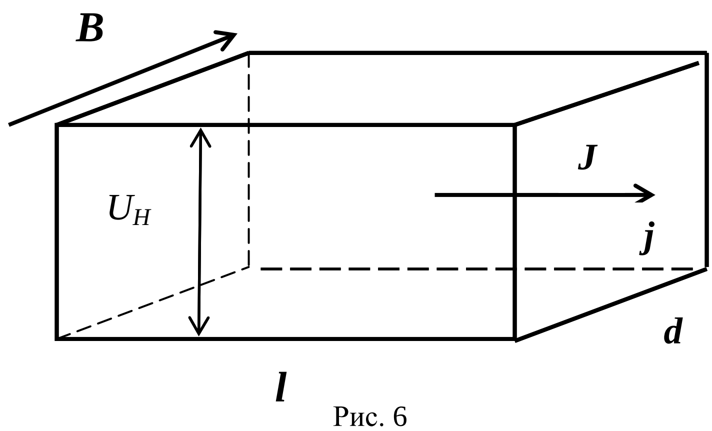


Рис. 6

1. Холловская разность потенциалов равна

$$U_н = R_н jBd,$$

где B — индукция магнитного поля, d — толщина образца, j — плотность тока в образце, $R_н$ — постоянная Холла.

2. Для полупроводника с кристаллической решеткой типа алмаза (Ge, Si) постоянная Холла равна

$$R_H = \frac{3\pi}{8e}\frac{nu_n^2 - pu_p^2}{\left(nu_n + pu_p\right)^2}.$$

3. Постоянную Холла для собственного полупроводника можно получить из этого выражения, считая $n = p$;

$$R_H = \frac{3\pi}{8e}\cdot\frac{u_n - u_p}{n(u_n + u_p)}$$

4. Для электронного полупроводника $n>>p$, а для дырочного $p>>n$. Поэтому, например, для дырочного полупроводника постоянная Холла равна:

$$R_H = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{ep}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1

Примесный полупроводник обладает только дырочной проводимостью. Определить концентрацию носителей и их подвижность, если постоянная Холла равна $3{,}8 \cdot 10^{-4}$ м^3/Кл. Удельная проводимость полупроводника 110 См/м.

Дано:	Решение:
$R_н = 3{,}8 \cdot 10^{-4}$ м^3/Кл; $\sigma = 110$ См/м.	Концентрация p дырок связана с постоянной Холла, которая для полупроводников, обладающих носителями только одного знака, выражается формулой $$R_H = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{ep},$$ где e — величина элементарного электрического заряда.
p – ?; u_p – ?	

Отсюда

$$p = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{eR_H}. \quad (1)$$

Выпишем все величины в единицах СИ: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл; $R_н = 3{,}8 \cdot 10^{-4}$ м^3/Кл. Подставим числовые значения величин в формулу (1) и произведем вычисления

$$p = \frac{3 \cdot 3{,}14}{8}\frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 3{,}8 \cdot 10^{-4}} \text{ м}^{-3} = 1{,}19 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}.$$

Удельная проводимость полупроводников выражается формулой

$$\sigma = e(nu_n + pu_p), \quad (2)$$

где n и p — концентрации электронов и дырок; u_n и u_p — их подвижности.

При отсутствии электронной проводимости первое слагаемое в скобках равно нулю и формула (2) примет вид

$$\sigma = epu_p.$$

Отсюда искомая подвижность

$$u_p = \frac{\sigma}{ep} \qquad (3)$$

Подставим в (3) выражение pиз формулы (1)

$$u_p = \frac{8}{3\pi}\sigma R \qquad (4)$$

Подставив в (4) значения σ и R_H в единицах СИ и произведя вычисления, получим

$$u_p = \frac{8}{3 \cdot 3{,}14} 110 \cdot 3{,}8 \cdot 10^{-4} = 3{,}6 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/(\text{В·с}).$$

Задача 2

Для определения основных электрофизических параметров полупроводников: концентрации и подвижности носителей тока применяют эффект Холла. С этой целью пластину n-типа проводимости толщиной 100 мкм и длиной 20 мм поместили в магнитное поле с индукцией $B = 0{,}4$ Тл. К концам пластинки была приложено напряжение, равное 50 В. Холловская разность потенциалов составила 40 мВ. Определить концентрацию и подвижность электронов, если удельная проводимость пластины равна 0,2 См/м.

Дано:	Решение:
d = 100 мкм = $=10^{-4}$ м; l= 20 мм =0,02 м; B = 0,4 Тл; U = 50 В; U_H = 40 мВ = 0,04 В; σ = 0,2 См/м.	Концентрация электронов связана с постоянной Холла соотношением (см. задачу 1): $$n = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{eR_н}.$$
n = ?; u_n=?	

Постоянная Холла является коэффициентом пропорциональности между холловской разностью потенциалов U_H, плотностью тока через пластину j, ее толщиной d и магнитной индукцией B: $U_н=R_нjBd$.

Неизвестную плотность тока j найдем из закона Ома в дифференциальной форме $j=\sigma E$, где E — напряженность продольного электрического поля, которую найдем из соотношения: $E=U/l$. Таким образом, постоянная Холла будет равна:R

$$R_H = \frac{U_H}{j\cdot D\cdot d} = \frac{U_H\cdot l}{U\cdot\sigma\cdot B\cdot d} = \frac{0{,}04\cdot 0{,}2}{50\cdot 0{,}02\cdot 0{,}4\cdot 10^{-4}} =$$

$$= 20\cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{К}$$

Зная постоянную Холла, можно найти концентрацию электронов:

$$n = \frac{3\cdot 3{,}14}{8}\cdot\frac{1}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 20} = 7{,}4\cdot 10^{17}\text{ м}^{-3}.$$

Из формулы для удельной проводимости: $\sigma = enb_n$ найдем подвижность:

$$u_n = \frac{\sigma}{en} = \frac{0{,}2}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 7{,}4\cdot 10^{17}} = 2{,}6\cdot 10^{-2}\text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Образец германия *n*-типа имеет удельное сопротивление равно $0{,}015\,\text{Ом}\cdot\text{м}$ и значение постоянной Холла равно $5{,}4\cdot 10^{-3}$ м^3/Кл. Определить концентрацию основных носителей и их подвижность. Дырочной проводимостью пренебречь.

2. Удельная проводимость антимонида индия *p*-типа равна $2\cdot 10^3$ $\text{Ом}^{-1}\,\text{м}^{-1}$, а подвижность дырок в нем 0,4 м^2/(В·с). Определить постоянную Холла и концентрацию дырок. Электронной проводимостью пренебречь.

3. Подвижности электронов и дырок в кремнии соответственно равны 0,15 м^2/(В·с) и 0,05 м^2/(В·с). Вычислить постоянную Холла для кремния, если его удельное сопротивление $620\ \text{Ом}\cdot\text{м}$. Кремний рассматривать как собственный полупроводник.

4. Полупроводник в виде тонкой пластины толщиной 0,1 мм и длиной 40 мм помещен в однородное магнитное поле с индукцией 0,6 Тл. Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости пластины. К концам пластины приложено постоянное напряжение 50 В. Определить холловскую разность потенциалов на гранях пластины, если постоянная Холла равна 0,1 м^3/Кл, а удельное сопротивление — $0{,}5\ \text{Ом}\cdot\text{м}$.

5. Удельное сопротивление кремния с примесями равно $0{,}01\ \text{Ом}\cdot\text{м}$. Определить концентрацию дырок и их подвижность. Принять, что полупроводник обладает только дырочной проводимостью, а постоянная Холла равна $4\cdot 10^{-4}$ м^3/Кл.

6. Вычислить постоянную Холла для германия *p*-типа, если его удельное сопротивление равно $6{,}8\ \text{Ом}\cdot\text{м}$. Подвижность дырок в нем 0,1 м^2/(В·с).

7. Для измерения концентрации дырок с помощью эффекта Холла пластинку из полупроводника *p*-типа толщиной 0,5 мм и длиной 50 мм поместили в магнитное поле с индукцией 0,5 Тл. К концам пластинки приложили разность потенциалов, равную 10 В. При

этом холловская разность потенциалов составила 50 мВ, а удельное сопротивление пластины равно 5 Ом·см.

8. Вычислить удельную проводимость кремния *n*-типа, если постоянная Холла для него $R_H = 2{,}7 \cdot 10^{-4}$ м^3/Кл, а подвижность электронов равна 0,13 м^2/(В·с).

9. Найти постоянную Холла кристалла кремния *p*-типа, если концентрация дырок $2 \cdot 10^{22}$ м$^{-3}$, а их подвижность 0,05 м^2/(В·с).

10. Пластинку из полупроводника *p*-типа толщиной 200 мкм и длиной 20 мм поместили в однородное магнитное поле с индукцией 100 мТл. К концам пластинки была приложена разность потенциалов, равная 12 вольтам, а холловская разность потенциалов составила 36 мВ. Найти концентрацию дырок, если удельное сопротивление пластины равно 400 Ом·м.

11. Для определения электрофизических параметров полупроводниковой пластины *n*-типа проводимости с помощью эффекта Холла ее поместили в магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Толщина пластины составляет 100 мкм, длина — 20 мм. К концам пластинки была приложено напряжение, равное 20 В. Холловская разность потенциалов составила 35 мВ. Найти концентрацию и подвижность электронов. Удельное сопротивление пластины равно 400 Ом·м.

12.Вычислить удельное сопротивление кремния *n*-типа, если подвижность электронов равна 0,13 м^2/В·с, а постоянная Холла составляет величину $2{,}7 \cdot 10^{-4}$ м^3/Кл.

13. Определить постоянную Холла для образца смешанного типа проводимости, если концентрация электронов в нем в полтора раза больше концентрации дырок и составляет величину 10^{16} см$^{-3}$, а подвижность дырок в три раза меньше подвижности электронов и составляет величину $0{,}012 м^2 / B \cdot c$.

14. Удельная проводимость примесного кремния составляет величину100 См·м$^{-1}$. Определить подвижность дырок и их концентрацию, если постоянная Холла равна $5{,}8 \cdot 10^{-3}$ м^3/Кл. Электронной проводимостью пренебречь.

15.Полупроводниковый образец *n*-типа проводимости поместили в магнитное поле с индукцией, равной 300 мТл, и перпендикулярное ему электрическое поле напряженностью 100 кВ/м. Измеренная поперечная холловская Э.Д.С. оказалось равной 10 мВ. Найти концентрацию и подвижность электронов, если образец имеет толщину, равную 200 мкм и проводимость, равную 0,02 См/м.

БИЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основной:

1. *Трофимова Т.И.* Курс физики / Т.И. Трофимова. — М.: Высшая школа, 2007.

2. *Детлаф А.А.* Курс физики: учеб. пособие/ А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. — М.: Высшая школа, 2006.

3. *Чуркин Ю.В.* Физика твердого тела/ Ю.В. Чуркин, С.В. Субботин. — СПб.: Изд.-во СЗТУ, 2008.

Дополнительный:

4. *Савельев И.В.* Курс физики. Т. 3, М.: Лань, 2008.

5. *Парфенова И.И.* Квантовая механика, физика твердого тела и элементы атомной физики**.** **/** Парфенова И.И., Егоров С.В., МустафаевА.С. и др. Сборник задач для студентов технических специальностей, СПб.: СПГГИ (ТУ), 2010. — 112 с.

6. *Томаев В.В.* Общая физика. Физика твердого тела. Зонная теория твердых тел. Контактные и магнитные явления в твердых телах: метод. указания к лабораторным работам / В.В. Томаев, Т.В. Стоянова, К.Л. Левин. СПб.: 2012.

7. *Шерстюк А.И*. Физика твердого тела: письм. лекции/ А. И. Шерстюк. — СПб.: Изд-во СЗТУ, 2003. — 151 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ (ОКРУГЛЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	8,31Дж/моль·К
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$Дж/К
Элементарный заряд	e	$1{,}6 \cdot 10^{19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}0 \cdot 10^{8}$ м/с
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж $1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Масса электрона	m	$9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

2. МНОЖИТЕЛИ И ПРИСТАВКИ ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДЕСЯТИЧНЫХ КРАТНЫХ И ДОЛЬНЫХ ЕДИНИЦ И ИХ НАИМЕНОВАНИЙ

Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10^{18}
пэта	П	10^{15}
тера	Т	10^{12}
гига	Г	10^{9}
мега	М	10^{6}
кило	к	10^{3}
гекто	г	10^{2}
Дека	да	10^{1}

Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель
Деци	д	10^{-1}
Санти	с	10^{-2}
Милли	м	10^{-3}
Микро	мк	10^{-6}
Нано	н	10^{-9}
Пико	п	10^{-12}
Фемто	ф	10^{-15}
Атто	а	10^{-18}

3. ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕКОТОРЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

(температура комнатная)

Тип полупроводника	Ширина запрещенной зоны	Удельное сопротивление	Подвижность	
	E_g		Электроны	Дырки
	эВ	$\text{Ом} \cdot \text{м}$	$\text{м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$	
Собственный германий	0,66	0,5	0,39	0,19
Собственный кремний	1,1	$6{,}2 \cdot 10^2$	0,15	0,05
Арсенид галлия	1,43		0,85	0,042

4. ГРЕЧЕСКИЙ АЛФАВИТ

Обозначения букв	Названия букв
Α,α	альфа
Β,β	бета
Γ,γ	гамма
Δ,δ	дельта
Ε,ε	эпсилон
Ζ,ζ	дзета
Η,η	Эта

Обозначения букв	Названия букв
Θ,θ	тхэта
Ι,ι	йота
Κ,κ	каппа
Λ,λ	ламбда
Μ,μ	мю
Ν,ν	ню
Ξ,ξ	кси
Ο,ο	омикрон
Π,π	пи
Ρ,ρ	ро
Σ,σ	сигма
Τ,τ	тау
Υ,υ	ипсилон
Φ,φ	фи
Χ,χ	хи
Ψ,ψ	пси
Ω,ω	омега

СОДЕРЖАНИЕ