

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра информатики и компьютерных технологий

ИНФОРМАТИКА

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ИТЕРАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

*Методические указания для выполнения курсовой работы для студентов
специальностей 21.05.02, 13.03.02*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2021

УДК681.142.2(073)

ИНФОРМАТИКА.: Методические указания для выполнения курсовой работы /Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: С.Ю. Кротова, Е.Н Овчинникова, А.Е. Ильин. СПб, 2021. 38 с.

Методические указания предназначены для оказания помощи студенту при выполнении курсовой работы по решению систем нелинейных уравнений методом простых итераций в пакетах MS Excel и MathCAD. Подробно изложены принципы работы с указанными методами и приёмы работы с данными пакетами, применимость их к решению поставленных задач.

Методические указания предназначены для студентов специальностей 21.05.02 «Прикладная геология», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника».

Табл. 4 Ил. 27 Библиогр.: 5 назв.

Научный редактор доц. *Г.Н. Журов*

Рецензент: *К. В. Столяров*

© Санкт-Петербургский

горный университет, 2021

Введение

Очень часто в различных областях приходится встречаться с математическими задачами, для которых не удаётся найти решения классическими методами или решения выражены громоздкими формулами, которые не приемлемы для практического использования. Поэтому большое значение приобретают численные методы. В большинстве случаев они являются приближенными, так как с их помощью обычно решаются задачи, аппроксимирующие исходные. В ряде случаев численный метод строится на базе бесконечного процесса, который в пределе сводится к искомому решению. Однако реально предельный переход не удаётся осуществить, и процесс, прерванный на некотором шаге, даёт приближенное решение. Кроме того, источниками погрешности являются несоответствие математической модели изучаемому реальному явлению и погрешность исходных данных.

Решение систем нелинейных алгебраических уравнений - одна из сложных и до конца нерешённых задач. Большинство методов решения таких систем сводиться к решению, если начальное приближение достаточно близко к нему, и могут вообще не давать решений при произвольном выборе начального приближения. Условия и скорость сходимости каждого итерационного процесса существенно зависит от свойств уравнений, то есть от свойств матрицы системы и от выбора начальных приближений.

Численный метод, в котором производится последовательное, шаг за шагом, уточнение первоначального грубого приближения, называется итерационным.

В данном методическом указании рассматриваются два из множества существующих итерационных методов: метод простой итерации и метод простой итерации с параметром для решения систем нелинейных алгебраических уравнений.

1. Метод простых итераций

1.1 Общие сведения

Любую нелинейную систему n уравнений с n неизвестными можно записать в виде

[illegible]

где f_1, f_2, \dots, f_n - некоторые функции переменных x_1, x_2, \dots, x_n .

Вектор неизвестных x_1, x_2, \dots, x_n обозначим через X . Назовём $|f_i(X)|$ невязками системы на векторе X . Очевидно, если X^* решение, то

$$|f_i(X^*)| = 0, \quad (2)$$

для всех $i=1,2,\dots,n$.

Итеративный процесс нахождения сводится к тому, что ищется такая последовательность $X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(k)}, X^{(k+1)}, \dots$, что каждое $X^{(k+1)}$ лучше $X^{(k)}$. Как правило, решение заканчивается тогда, когда находим такое k , при котором

$$\left|f_i(X^k)\right|<\varepsilon, i=1,2,\dots,n \quad , \quad (3)$$

где ε -заданная точность. Полученное значение X^k считается приближенным решением системы (1).

1.2 Алгоритм метода простых итераций

2. Задаёмся точностью вычислений ε (обычно $\varepsilon = 10^{-3} - 10^{-6}$)
3. Записываем систему в нормализованном виде:

$$X = \Phi(X), \text{ где } \Phi(X) = \begin{pmatrix} \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \varphi_3(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\varphi_i = x_i + f_i, i = 1, 2, \dots, n.$$

Выбираем начальное приближение $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$

В случае двух-трёх неизвестных целесообразно сделать это из геометрических соображений.

4. Вводим переменную, k которая нумерует приближения. Первоначально полагаем, что $k = 0$.
5. Записываем формулу итерационного процесса в виде

$$X^{(k+1)} = \Phi(X^{(k)}). \quad (5)$$

6. Вычисляем $(k+1)$ -е приближение по формуле (5).
7. Сравниваем полученное приближение с предыдущим:

$$\max_{1 \leq i \leq n} |x_i^{(k+1)} - x_i^k| < \varepsilon. \quad (6)$$

При подсчёте вручную, например, с точностью до 10^{-4} , это условие сводится к проверке совпадения всех приближений с точностью до единицы в четвёртом разряде. Если условие выполнено, то решение считается найденным на $(k+1)$ -м шаге и итеративный процесс закончен, в противном случае полагаем $k = k+1$ и переходим к вычислению следующего приближения. Метод итераций сходится, если

$$\sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_i} \right| < 1, \text{ для } i = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

1.3 Пример решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций

Решить с точностью $\varepsilon = 0.001$ систему нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} \sin(x - 0.6) - y = 1.6 \\ 3x - \cos y = 0.9. \end{cases}$$

Согласно приведённому выше алгоритму, принимаем

$$x = x_1, y = x_2.$$

Таким образом система принимает вид:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} \cos x_2 + 0.3 \\ x_2 = \sin(x_1 - 0.6) - 1.6. \end{cases}$$

Далее необходимо выбрать начальные приближения. Для этого в системе координат x_1 и x_2 строим графики приведённых выше зависимостей. Для этого в ячейки A1:A13 задаём диапазон изменения аргумента $[-3;3]$, с шагом 0,5. В ячейку B1 нужно вставить формулу $=\text{SIN}(A1-0,6)-1,6$, в ячейку C1 вносим формулу $=\text{COS}(A1)/3+0,3$. Копируем формулы на необходимый диапазон, и выделив два ряда данных, строим по ним точечную диаграмму (рис.1).

На имеющуюся диаграмму добавляем ещё одну. Для этого в контекстном меню диаграммы выбираем пункт **Выбрать данные**, и в открывшемся окне добавляем **Ряд 2**. В качестве данных для построение графика указываем **Значения X** диапазон C1:C13, а **Значения Y** диапазон A1:A13(рис. 2).

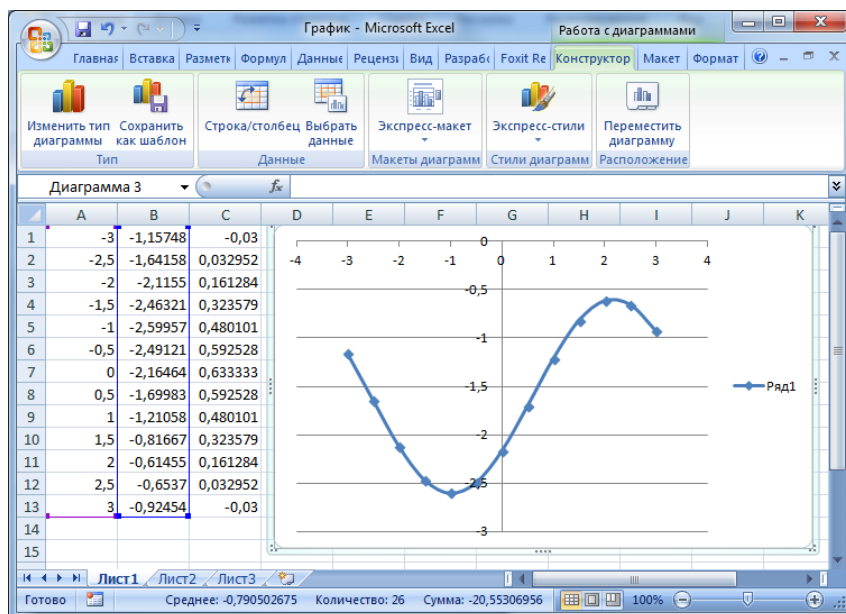


Рис. 1. Построение графика

Рис 2. Добавление данных

Таким образом получается две диаграммы на одной оси координат (рис.3).

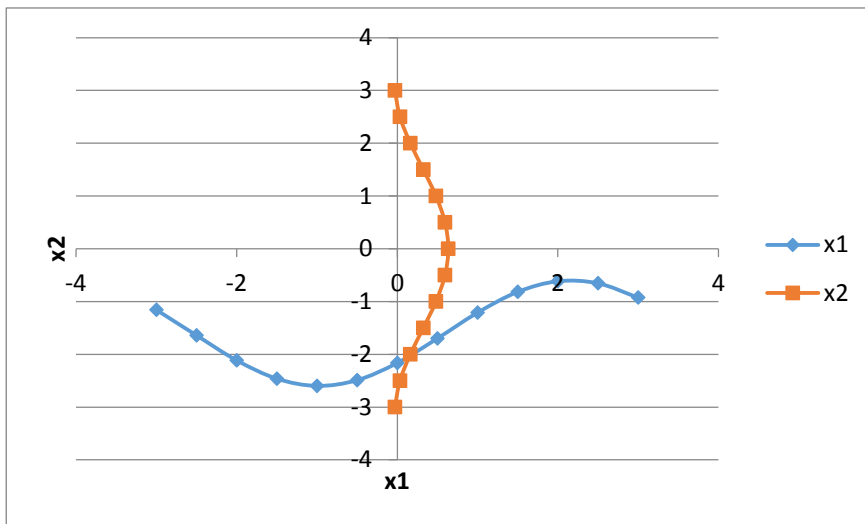


Рис. 3. График зависимости x_1 от x_2

Из графика видно, что система имеет одно решение, заключённое в области $0 < x_1 < 0.3$; $-2.2 < x_2 < -1.8$. За начальное приближение принимаем

$$X = \begin{pmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.15 \\ -2.0 \end{pmatrix}.$$

Прежде чем приступить к решению системы необходимо проверить условие сходимости (7). Для этого находим значение дифференциалов $\Phi(x)$ для x_1 и x_2 , находящихся в областях возможных решений, найденных из графика (Рис.1)

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} = 0; \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} = \frac{\sin(x_2)}{3}$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2} = 0; \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1} = \cos\left(\frac{5x_1 - 3}{5}\right).$$

Проверяем условия

$$\sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_i} \right| < 1 \quad \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_i} \right| < 1 \quad \text{для } x_1 \in [0; 0.3] \text{ и } x_2 \in [-2.2; -1.8]$$

$$\sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_i} \right| \in [0.2695; 0.325] \quad \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_i} \right| \in [0.8253; 0.6216].$$

Следовательно, в указанных промежутках условия сходимости выполняется.

Дальнейшие вычисления производятся по формуле (5). На первом шаге $k = 1$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \frac{1}{3} \cos(-2.0) + 0.3 \\ x_2^{(1)} = \sin(0.15 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(1)} = 0.1616, \quad x_2^{(1)} = -2.0350.$$

Критерий близости вычисляется по формуле (6):

$$\begin{aligned} M^1 &= \max(|x_1^{(1)} - x_1^{(0)}|; |x_2^{(1)} - x_2^{(0)}|) = \\ &= \max(|0.161 - 0.150|; |(-2.035) - (-2)|) = \\ &= \max(|0.0116|; |-0.035|) = 0.035. \end{aligned}$$

Таким образом, после первой итерации заданная точность не достигнута, т.к. $0.035 > 0.001$. Значит необходимо перейти к следующему шагу.

На втором шаге $k = 2$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(2)} = \frac{1}{3} \cos(-2.0350) + 0.3 \\ x_2^{(2)} = \sin(0.1616 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(2)} = 0.1508, \quad x_2^{(2)} = -2.0245.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$\begin{aligned} M^2 &= \max(|x_1^{(2)} - x_1^{(1)}|; |x_2^{(2)} - x_2^{(1)}|) = \\ &= \max(|0.1508 - 0.1616|; |(-2.0245) - (-2.035)|) = \\ &= \max(0.0108; |-0.0105|) = 0.0108. \end{aligned}$$

Таким образом, после второй итерации заданная точность не достигнута, т.к. $0.0108 > 0.001$. Значит необходимо перейти к третьему шагу.

На следующем $k = 3$ шаге получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(3)} = \frac{1}{3} \cos(-2.0245) + 0.3 \\ x_2^{(3)} = \sin(0.1508 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(3)} = 0.1539, \quad x_2^{(3)} = -2.0342.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$\begin{aligned} M^3 &= \max(|x_1^{(3)} - x_1^{(2)}|; |x_2^{(3)} - x_2^{(2)}|) = \\ &= \max(|0.1539 - 0.1508|; |(-2.0342) - (-2.0245)|) = \\ &= \max(0.0031; |-0.0097|) = 0.0097. \end{aligned}$$

Таким образом, после третьей итерации заданная точность не достигнута, т.к. $0.0097 > 0.001$. Значит необходимо перейти к следующему шагу.

На четвёртом шаге $k = 4$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(4)} = \frac{1}{3} \cos(-2.0342) + 0.3 \\ x_2^{(4)} = \sin(0.1539 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(4)} = 0.1510, \quad x_2^{(4)} = -2.0314.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$\begin{aligned} M^4 &= \max(|x_1^{(4)} - x_1^{(3)}|; |x_2^{(4)} - x_2^{(3)}|) = \\ &= \max(|0.1510 - 0.1539|; |(-2.0314) - (-2.0342)|) = \\ &= \max(|0.0029|; |-0.0028|) = 0.0029. \end{aligned}$$

Таким образом, после четвёртой итерации заданная точность не достигнута, т.к. $0,0029 > 0,001$. Значит необходимо перейти к пятому шагу.

На следующем шаге $k = 5$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(5)} = \frac{1}{3} \cos(-2.0314) + 0.3 \\ x_2^{(5)} = \sin(0.1510 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(5)} = 0.1518, \quad x_2^{(5)} = -2.0341.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$\begin{aligned} M^5 &= \max(|x_1^{(5)} - x_1^{(4)}|; |x_2^{(5)} - x_2^{(4)}|) = \\ &= \max(|0.1518 - 0.1510|; |(-2.0341) - (-2.0314)|) = \\ &= \max(|0.0008|; |-0.0027|) = 0.0027. \end{aligned}$$

Таким образом, после пятой итерации заданная точность не достигнута, т.к. $0,0027 > 0,001$. Значит необходимо перейти к следующему шагу.

На шестом $k = 6$ шаге получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(6)} = \frac{1}{3} \cos(-2.0341) + 0.3 \\ x_2^{(6)} = \sin(0.1518 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(6)} = 0.1510, \quad x_2^{(6)} = -2.0333.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$\begin{aligned} M^6 &= \max(|x_1^{(6)} - x_1^{(5)}|; |x_2^{(6)} - x_2^{(5)}|) = \\ &= \max(|0.1510 - 0.1518|; |(-2.0333) - (-2.0341)|) = \\ &= \max(|0.0008|; |-0.0008|) = 0.0008. \end{aligned}$$

Таким образом, после шестой итерации заданная точность достигнута, т.к. $0.0008 < 0.001$. Следовательно, вычисления закончены. Результат вычислений приведены в табл.1

Таблица 1

Результаты вычислений

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$\Delta x_1^{(k)}$	$\Delta x_2^{(k)}$	M^k
0	0,1500	-2,0000			
1	0,1616	-2,0350	0,0116	-0,0350	0,0350 > ε
2	0,1508	-2,0245	0,0108	-0,0105	0,0108 > ε
3	0,1539	-2,0342	0,0031	-0,0971	0,0971 > ε
4	0,1510	-2,0314	0,0029	-0,0028	0,0029 > ε
5	0,1518	-2,0341	0,0008	-0,0027	0,0027 > ε
6	0,1510	-2,0333	0,0008	-0,0008	0,0008 < ε

Таким образом, решение системы :

$$x_1 \approx 0,1510, x_2 \approx -2.0333.$$

1.4 Решение нелинейных систем уравнений методом простых итераций средствами MS Excel

Поскольку метод простых итераций заключается в последовательном повторении ряда однотипных вычислений, то этот метод достаточно просто реализуется с помощью инструментов MS Excel. На примере, описанном выше, рассмотрим последовательность решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций средствами Excel.

1. В первую строку таблицы вносим буквенные обозначения необходимых параметров.
2. В диапазон ячеек A2:A8 вносим номер итерации, начиная с нуля. Можно внести большее количество итераций, чем было получено при расчёте вручную.
3. В ячейки B2 и C2 вносим значение корней в первом приближении, найденных из графика (рис.1).
4. В ячейку B3 вносим формулу $= (1/3) * \cos(C2) + 0,3$.
5. В ячейку C3 вносим формулу $= \sin(B2 - 0,6) - 1,6$.
6. Далее производим относительное копирование формулы, содержащейся в ячейке B3 вниз на необходимый диапазон.
7. Таким же образом копируем ячейку C3.
8. В ячейке D3 вычисляем разность между последующим и предыдущим x_1 по формуле $= B3 - B2$, и копируем её на необходимый диапазон.
9. Аналогично вычисляем разность между значениями x_2 в ячейке E3 $= C3 - C2$, далее копируем полученную формулу.
10. Вычисляем критерий близости M для каждого шага итераций. В ячейку F3 вносим формулу $= \text{МАКС}(\text{ABS}(D3); \text{ABS}(E3))$ и копируем её.
11. Сравниваем полученный критерий близости с заданной точностью, значение которой указано в ячейке G2, и в зависимости от результатов делаем вывод о том, необходимо ли продолжить вычисления или остановиться. Для этого в ячейку G3 вносим формулу $= \text{ЕСЛИ}(F3 > \$G\$2; \text{"продолжать вычисления"}; \text{"стоп"})$, в которой необходимо сделать

- абсолютную ссылку на ячейку G2, где указана заданная точность.
12. Копируем данную формулу до тех пор, пока критерий близости не станет больше точности и в ячейке не появится слово «СТОП».
 13. Таким образом решением системы будет

$$x_1 \approx 0,1510, x_2 \approx -2,0333.$$

Результаты вычислений представлены на рис. 2

В результате вычислений средствами MS Excel решение системы совпали с полученными при расчёте вручную. Что подтверждает то, что метод был реализован верно.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	k	x1	x2	Δx1	Δx2	M	ε	
2	0	0,15	-2				0,001	
3	1	0,161284	-2,03497	0,011284	-0,03497	продолжи	продолжать вычисления	
4	2	0,150773	-2,02478	-0,01051	0,010188	0,010511	продолжать вычисления	
5	3	0,153818	-2,03427	0,003045	-0,00949	0,009492	продолжать вычисления	
6	4	0,150981	-2,03152	-0,00284	0,002744	0,002837	продолжать вычисления	
7	5	0,1518	-2,03408	0,000819	-0,00256	0,002557	продолжать вычисления	
8	6	0,151037	-2,03334	-0,00076	0,000738	0,000763	стоп	
9								

Рис. 2. Реализация метода простых итераций средствами Excel

1.5 Решение системы нелинейных уравнений методом простых итераций средствами пакета MathCAD

В пакете MathCAD можно реализовать метод простых итераций разными способами. Можно производить пошаговые вычисления x_1 и x_2 , с последующим вычислением критерия близости и сравнением его с точностью. Наиболее оптимальным является выполнение последовательности указанных операций в виде цикла, созданного с помощью панели «Программирование».

На рис. 3 представлен пример программы для реализации метода простых итераций для решения системы уравнений, представленной в предыдущих разделах. Решение системы X задаём как функцию от количества итераций n и точности ϵ . Значение n задаём любое, учитывая в цикле, что вычисления прекратятся при достижении заданной точности. Задаём значения корней в первом приближении $x_1 = 0.15, x_2 = -2.0$. Далее открываем цикл итераций в котором вычисляем x_1 и x_2 , а также модуль разности предыдущего и последующего значения. Вычисления заканчиваются, если точность достигнута, иначе переходим к следующей итерации. Решения системы выводим в виде матрицы из двух столбцов.

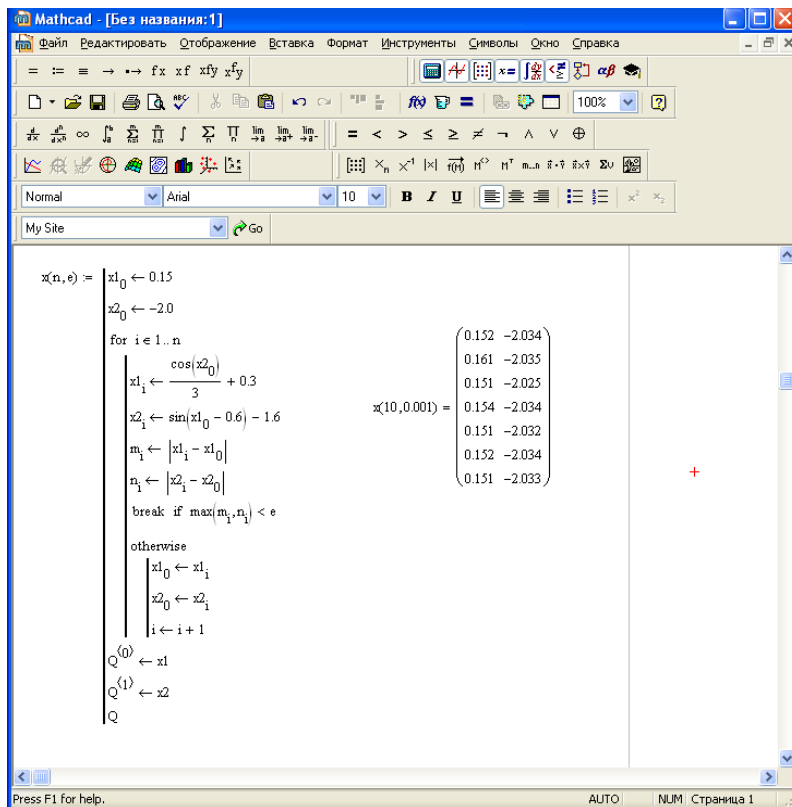


Рис.3. Программа для решения системы методом простых итераций.

2. Метод простых итераций с параметром

Метод простых итераций с параметром это видоизменённый метод простых итераций, применимый для ускорения сходимости итерационного процесса. В этом случае формула итерационного процесса имеет вид

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} \pm T_i f_i(X^k), \quad (8)$$

где T_i - параметры, которые первоначально принимаются равными единице.

2.1 Алгоритм метода простых итераций с параметром

1. Задаёмся точностью вычислений.
2. Переписываем систему в виде (1):

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0. \end{cases}$$

3. Выбираем начальное приближение $X^{(0)}$.
4. Полагаем переменную, k нумерующую приближения, равной нулю.
5. Полагаем $T_i = 1, i = 1, 2, \dots, n$.
6. Вычисляем $(k+1)$ -е приближение по приближённой формуле (8)

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + T_i f_i(X^k).$$

- ## 7. Проверяем условие

$$\sum_{i=1}^n f_i(X^{(k)})^2 < \varepsilon^2. \quad (9)$$

Если это условие выполняется, то $X^{(k+1)}$ – искомое приближение к решению и итеративный процесс закончен. В противном случае пересчитываем значение T_i ($i = 1, 2, \dots, n$), для чего переходим к пунктам 8-9, которые выполняются для всех i .

8. Проверяем качество нового приближения

$$|f_i(X^{(k+1)})| < |f_i(X^{(k)})|. \quad (10)$$

Если условие выполняется, то повторяем пункт 6 при следующем i , в противном случае переходим к пункту 9.

9. Подбираем новые T_i . Если $T_i > 0$, то заменяем T_i на $-T_i$, в противном случае на $-T_i/2$. После корректировки T_i возвращаемся к пункту 6, увеличив k на единицу.

Необходимо отметить, что для данного метода возможен случай, когда выполняется условие (5), но не выполняется условие (2), т.е. последовательность

$$X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(k)}, X^{(k+1)}, \dots,$$

сходится в себе (за счёт изменения T), но не сходится к решению X^* .

2.2 Пример решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром

Рассмотрим пример решения системы уравнений, решённой в пункте 1.3 методом простых итераций. Заданная точность 0,001.

$$\begin{cases} \sin(x - 0.6) - y = 1.6 \\ 3x - \cos y = 0.9. \end{cases}$$

Принимаем $x = x_1, y = x_2$ и переписываем систему в виде (1)

$$\begin{cases} x_1 - \frac{1}{3} \cos x_2 - 0.3 = 0 \\ x_2 - \sin(x_1 - 0.6) + 1.6 = 0. \end{cases}$$

Начальные приближения выбираем из графика (рис.1)

$$x_1^{(0)} = 0.15, x_2^{(0)} = -2.$$

Далее вычисляем $x_i^{(k+1)}$ по формуле (8).

На первом шаге получаем следующие значения:

принимая $T_i = 1$;

$$\begin{aligned} x_1^{(1)} &= x_1^{(0)} + (x_1^{(0)} - \frac{1}{3} \cos x_2^{(0)} - 0.3) \\ &= 0.15 + (0.15 - \frac{1}{3} \cos(-2) - 0.3) = 0.1387 \\ x_2^{(1)} &= x_2^{(0)} + (x_2^{(0)} - \sin(x_1^{(0)} - 0.6) + 1.6) = \\ &= -2 + (-2 - \sin(0.15 - 0.6) + 1.6) = -1.9650. \end{aligned}$$

Далее проверяем условие (9)

$$\sum_{i=1}^n f_i(x^{(0)})^2 = -0.0113^2 + 0.0350^2 = 1.35 \cdot 10^{-3} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i :

$$\begin{aligned} f_1(x_1^{(1)}) &= 0.1387 - \frac{1}{3} \cos(-1.9650) - 0.3 = -0.0333 \\ f_2(x_1^{(1)}) &= -1.9650 - \sin(0.1387 - 0.6) + 1.6 = 0.0810 \\ &|-0.0333| > |0.013|. \end{aligned}$$

Условие (10) не выполняется, значит принимаем $T_i = -1$ для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.081| > |0.035|$$

Условие (10) не выполняется, значит принимаем $T_i = -1$ для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим ко второму шагу. Вычисляем значения $x_1^{(2)}$ и $x_2^{(2)}$

$$\begin{aligned} x_1^{(2)} &= x_1^{(1)} - (x_1^{(1)} - \frac{1}{3} \cos x_2^{(1)} - 0.3) = \\ &= 0.1387 - (0.1387 - \frac{1}{3} \cos(-1.9650) - 0.3) = 0.1720 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2^{(2)} &= x_2^{(1)} - (x_2^{(1)} - \sin(x_1^{(1)} - 0.6) + 1.6) = \\ &= -1.9650 - (-1.9650 - \sin(0.1387 - 0.6) + 1.6) = -2.0457. \end{aligned}$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^n f_i(x_i^{(1)})^2 = 0.0333^2 + 0.0810^2 = 7.67 \cdot 10^{-3} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i , для чего проверяем условие (10) для каждого значения i :

$$f_1(x_1^{(2)}) = 0.1720 - \frac{1}{3} \cos(-2.0457) - 0.3 = -0.0244$$

$$f_2(x_1^{(2)}) = -2.0457 - \sin(0.1720 - 0.6) + 1.6 = -0.0307$$

$$|-0.0244| < |0.0333|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.0307| < |0.081|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(3)}$ и $x_2^{(3)}$

$$\begin{aligned} x_1^{(3)} &= x_1^{(2)} - (x_1^{(2)} - \frac{1}{3} \cos x_2^{(2)} - 0.3) = \\ &= 0.1720 - (0.1720 - \frac{1}{3} \cos(-2.0457) - 0.3) = 0.1476 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2^{(3)} &= x_2^{(2)} - (x_2^{(2)} - \sin(x_1^{(2)} - 0.6) + 1.6) = \\ &= -2.0457 - (-2.0457 - \sin(0.1720 - 0.6) + 1.6) = -2.0151 \end{aligned}$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^n f_i(x_i^{(2)})^2 = (-0.0244)^2 + (-0.0307)^2 = 1,5 \cdot 10^{-3} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значения, T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i :

$$f_1(x_1^{(3)}) = 0.1476 - \frac{1}{3} \cos(-2.0151) - 0.3 = -0.0091$$

$$f_2(x_1^{(3)}) = -2.0151 - \sin(0.1476 - 0.6) + 1.6 = 0.022$$

$$|-0.0091| < |0.0244|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|0.022| < |-0.0307|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(4)}$ и $x_2^{(4)}$

$$x_1^{(4)} = x_1^{(3)} - (x_1^{(3)} - \frac{1}{3} \cos x_2^{(3)} - 0.3) =$$

$$= 0.1476 - (0.1476 - \frac{1}{3} \cos(-2.0151) - 0.3) = 0.1567$$

$$x_2^{(4)} = x_2^{(3)} - (x_2^{(3)} - \sin(x_1^{(3)} - 0.6) + 1.6) =$$

$$= -2.0151 - (-2.0151 - \sin(0.1476 - 0.6) + 1.6) = -2.0371.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^n f_i(x_i^{(3)})^2 = (-0.0091)^2 + 0.022^2 = 5.7 \cdot 10^{-4} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i :

$$f_1(x_1^{(4)}) = 0.1567 - \frac{1}{3} \cos(-2.0371) - 0.3 = 0.0066$$

$$f_2(x_1^{(4)}) = -2.0371 - \sin(0.1567 - 0.6) + 1.6 = -0.0082$$

$$|0.0066| < |-0.0091|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.0082| < |0.022|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(5)}$ и $x_2^{(5)}$

$$\begin{aligned}x_1^{(5)} &= x_1^{(4)} - (x_1^{(4)} - \frac{1}{3} \cos x_2^{(4)} - 0.3) = \\&= 0.1567 - (0.1567 - \frac{1}{3} \cos(-2.0371) - 0.3) = 0.1501 \\x_2^{(5)} &= x_2^{(4)} - (x_2^{(4)} - \sin(x_1^{(4)} - 0.6) + 1.6) = \\&= -2.0371 - (-2.0371 - \sin(0.1567 - 0.6) + 1.6) = -2.0289.\end{aligned}$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^n f_i(x_i^{(4)})^2 = 0.0066^2 + (-0.0082)^2 = 1.1 \cdot 10^{-4} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i :

$$\begin{aligned}f_1(x_1^{(5)}) &= 0.1501 - \frac{1}{3} \cos(-2.0289) - 0.3 = -0.0025 \\f_2(x_1^{(5)}) &= -2.0289 - \sin(0.1501 - 0.6) + 1.6 = 0.006 \\&|-0.0025| < |0.006|.\end{aligned}$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|0.006| < |-0.0082|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(6)}$ и $x_2^{(6)}$

$$\begin{aligned} x_1^{(6)} &= x_1^{(5)} - (x_1^{(5)} - \frac{1}{3} \cos x_2^{(5)} - 0.3) = \\ &= 0.1501 - (0.1501 - \frac{1}{3} \cos(-2.0289) - 0.3) = 0.1526 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2^{(6)} &= x_2^{(5)} - (x_2^{(5)} - \sin(x_1^{(5)} - 0.6) + 1.6) = \\ &= -2.0289 - (-2.0289 - \sin(0.1501 - 0.6) + 1.6) = -2.0349 \end{aligned}$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^n f_i(x_i^{(5)})^2 = (-0.0025)^2 + 0.006^2 = 4.2 \cdot 10^{-5} > 1 \cdot 10^{-6}$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i :

$$\begin{aligned} f_1(x_1^{(6)}) &= 0.1526 - \frac{1}{3} \cos(-2.0349) - 0.3 = 0.0018 \\ f_2(x_1^{(6)}) &= -2.0349 - \sin(0.1526 - 0.6) + 1.6 = -0.0023 \\ |0.0018| &< | -0.0025 | \end{aligned}$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$| -0.0023 | < | 0.006 |$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(7)}$ и $x_2^{(7)}$

$$\begin{aligned} x_1^{(7)} &= x_1^{(6)} - (x_1^{(6)} - \frac{1}{3} \cos x_2^{(6)} - 0.3) = \\ &= 0.1526 - (0.1526 - \frac{1}{3} \cos(-2.0349) - 0.3) = 0.1508 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2^{(7)} &= x_2^{(6)} - (x_2^{(6)} - \sin(x_1^{(6)} - 0.6) + 1.6) = \\ &= -2.0349 - (-2.0349 - \sin(0.1526 - 0.6) + 1.6) = -2.0326. \end{aligned}$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^n f_i(x_i^{(6)})^2 = 0.0018^2 + (-0.0023^2) = 8.5 \cdot 10^{-6} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i :

$$\begin{aligned} f_1(x_1^{(7)}) &= 0.1508 - \frac{1}{3} \cos(-2.0326) - 0.3 = -0.0007 \\ f_2(x_1^{(7)}) &= -2.0326 - \sin(0.1508 - 0.6) + 1.6 = 0.0016 \\ &|-0.0007| < |-0.0018|. \end{aligned}$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|0.0016| < |-0.0023|$$

Условие (10) не выполняется, значит подбираем новое значение T_i для $f_1(x_i^{(k+1)})$. Поскольку $T_i > 0$, то по условию (10) принимаем $T_i = 1/2$

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(8)}$ и $x_2^{(8)}$

$$\begin{aligned} x_1^{(8)} &= x_1^{(7)} - (x_1^{(7)} - \frac{1}{3} \cos x_2^{(7)} - 0.3) = \\ &= 0.1508 - (0.1508 - \frac{1}{3} \cos(-2.0326) - 0.3) = 0.1515 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2^{(8)} &= x_2^{(7)} - (x_2^{(7)} - \sin(x_1^{(7)} - 0.6) + 1.6) = \\ &= -2.0326 - (-2.0326 - \sin(0.1508 - 0.6) + 1.6) = -2.0342. \end{aligned}$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^n f_i(x_i^{(7)})^2 = (-0.0007)^2 + 0.0016^2 = 3.1 \cdot 10^{-6} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i :

$$\begin{aligned} f_1(x_1^{(8)}) &= 0.1515 - \frac{1}{3} \cos(-2.0342) - 0.3 = 0.0005 \\ f_2(x_1^{(8)}) &= -2.0342 - \sin(0.1515 - 0.6) + 1.6 = -0.0006 \\ |0.0005| &< |-0.0007|. \end{aligned}$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.0006| < |-0.0016|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(9)}$ и $x_2^{(9)}$

$$\begin{aligned} x_1^{(9)} &= x_1^{(8)} - (x_1^{(8)} - \frac{1}{3} \cos x_2^{(8)} - 0.3) = \\ &= 0.1515 - (0.1515 - \frac{1}{3} \cos(-2.0342) - 0.3) = 0.1510 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2^{(9)} &= x_2^{(8)} - (x_2^{(8)} - \sin(x_1^{(8)} - 0.6) + 1.6) = \\ &= -2.0342 - (-2.0342 - \sin(0.1515 - 0.6) + 1.6) = -2.0336. \end{aligned}$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^n f_i(x_i^{(8)})^2 = 0.0005^2 + (-0.0006)^2 = 6,1^{-7} < 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие выполняется, значит X^9 – искомое приближение к решению и итеративный процесс закончен. Таким образом найденные решения $x_1 = 0.1510$ и $x_2 = -2.0333$, что совпадает с решениями, найденными ранее методом простых итераций. Результаты вычислений представлены в табл.2

Таблица 2

Результаты вычислений

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$\sum_{i=1}^n f_i(X^k)$	T	f_1	f_2
1	0.1387	-1.9650	$1.35 \cdot 10^{-3} > \varepsilon$	1	-0.0333	0.0810
2	0.1720	-2.0457	$7.67 \cdot 10^{-3} > \varepsilon$	-1	-0.0244	-0.0307
3	0,1476	-2,0151	$1.5 \cdot 10^{-3} > \varepsilon$	-1	-0.0091	0.022
4	0,1567	-2,0371	$5.7 \cdot 10^{-4} > \varepsilon$	-1	0,0066	-0,0082
5	0,1501	-2,0289	$1.1 \cdot 10^{-4} > \varepsilon$	-1	-0,0025	0,006

6	0,1526	-2,0349	$4.2 \cdot 10^{-5} > \varepsilon$	-1	0,0018	-0,0023
7	0,1518	-2,0326	$8.5 \cdot 10^{-6} > \varepsilon$	-1	-0.0007	0.0016
8	0.1515	-2.0342	$3.1 \cdot 10^{-6} > \varepsilon$	-1	0.0005	-0.0006
9	0.1510	-2.0336	$6.1 \cdot 10^{-7} < \varepsilon$			

2.3 Решение нелинейных систем уравнений методом простых итераций с параметром средствами MS Excel

Поскольку метод простых итераций с параметром заключается в последовательном повторении ряда однотипных вычислений, то этот метод также достаточно просто реализуется с помощью инструментов MS Excel. На примере, описанном выше, рассмотрим последовательность решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром средствами Excel.

1. В первую строку таблицы вносим буквенные обозначения необходимых параметров.
2. В диапазон ячеек A2:A8 вносим номер итерации, начиная с нуля. Можно внести большее количество итераций, чем было получено при расчёте вручную.
3. В ячейки B2 и C2 вносим значение корней в первом приближении, найденных из графика (рис.1).
4. В ячейке D2 находим значение $f_1(x^k) = B2 - (1/3) \cdot \cos(C2) - 0.3$.
5. Ячейке E2 находим значение $f_2(x^k) = C2 - \sin(B2 - 0.6) + 1.6$.
6. В ячейку B3 вносим формулу $=B2 + K2 \cdot (B2 - (1/3) \cdot \cos(C2) - 0.3)$, где в ячейке K2 содержится значение параметра T, на первом этапе принимаемое за 1. Ссылка на эту ячейку относительная, потому что мы в дальнейшем будем корректировать T, в зависимости от условий и данную формулу копировать не будем.
7. В ячейку C3 вносим формулу $=C2 + K2 \cdot (C2 - \sin(B2 - 0.6) + 1.6)$.

8. Формулы из ячеек D2 и E2 копируем на необходимый диапазон.

9. В ячейке F3 находим значение $\sum_{i=1}^n f_2(X^k)^2 = D2^2 + E2^2$.

Копируем данную формулу на необходимый диапазон.

10. Далее проверяем точность приближения, для чего в ячейку G3 вносим формулу:
=ЕСЛИ(F3<L\$2^2;"стоп";"продолжение"), где в ячейке L2 задано значение точности и ссылка на неё является абсолютной, так как данная формула будет копироваться без изменений на нужный диапазон.

11. В ячейке H3 проверяем качество приближения для f_1 , в зависимости от сравнения модулей последующего и предыдущего значения f_1 принимаем значение T либо за -1 либо за 1: =ЕСЛИ(ABS(D3)<ABS(D2);1;-1). Дальнейшую корректировку T в данной формуле мы пока не учитываем и значение $-\frac{T}{2}$ будем учитывать на следующем шаге,

следовательно данную формулу копировать не будем.

12. Аналогично проверяем качество приближения для f_2 , в ячейке I3:=ЕСЛИ(ABS(E3)<ABS(E2);1;-1).

13. В ячейке B4 вычисляем следующее значение x_1^k :
=B3+H3*(B3-(1/3)*COS(C3)-0,3), где мы уже ссылаемся на ячейку H3, в которой находится скорректированное в зависимости от полученных значений f_1 и f_2 значение T.

14. Аналогично вычисляем последующее значение x_2^k в ячейке C4: =C3+I3*(C3-SIN(B3-0,6)+1,6), где новое значение T находится в ячейке I3.

15. Копируем формулы из ячеек B4 и C4 на необходимый диапазон.

16. В ячейку H4 вносим формулу для корректировки значения T в зависимости от полученного значения f_1 и от предыдущего значения T:

=ЕСЛИ(ABS(D4)<ABS(D3);H3*1;ЕСЛИ(H3>0;H3*(-1);H3*(-1/2))).

17. Аналогично корректируем значение T в ячейке I4:
 =ЕСЛИ(ABS(E4)<ABS(E3);I3*1;ЕСЛИ(I3>0;I3*(-1);I3*(-1/2))).

18. Копируем формулы из ячеек H4 и I4 на нужный диапазон.

Результат решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром средствами MS Excel представлен на рис.4. Совпадение решений системы найденных в данном методе и в предыдущем, говорит о том, что метод реализован верно.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x1	x2	f1	f2	$\Sigma f_i(x^k)$	проверка точности	проверка качества f1	проверка качества f2		T	ϵ
2		0,15	-2	-0,01128	0,034966					1	0,001
3	0,138716	-1,96503	-0,03325	0,080064	0,000561	продолжение	-1	-1			
4	0,171965	-2,0451	0,024204	-0,03001	0,002192	продолжение	-1	-1			
5	0,147761	-2,01508	-0,00897	0,021897	3,38E-05	продолжение	-1	-1			
6	0,156728	-2,03698	0,006556	-0,00808	0,000167	продолжение	-1	-1			
7	0,150173	-2,0289	-0,00241	0,005913	2,34E-06	продолжение	-1	-1			
8	0,152585	-2,03481	0,001765	-0,00217	1,23E-05	продолжение	-1	-1			
9	0,15082	-2,0326	-0,00065	0,001591	1,67E-07	стоп					

Рис.4. Реализация метода простых итераций с параметром средствами Excel

2.4 Решение системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром средствами пакета Mathcad

Решение системы X задаём как функцию от количества итераций n и точности ϵ . Значение n задаём любое, учитывая в цикле, что вычисления прекратятся при достижении заданной точности.

Задаём значения корней в первом приближении $x_1 = 0.15$ и $x_2 = -2.0$.

Далее открываем цикл итераций в котором вычисляем x_1 и x_2 , а так же для каждой итерации значения f_i^k для сравнения квадрата суммы полученных значений с квадратом точности и для сравнения последующего значения с предыдущим, на основании чего корректируем значения T . Вычисления заканчиваются, если точность достигнута, иначе корректируем значение T и переходим к следующей итерации.

Решения системы выводим в виде матрицы из двух столбцов. Полученная последовательность итераций представлена на рис.5

$$x(10, 0.001) = \begin{pmatrix} 0.153 & -2.035 \\ 0.139 & -1.965 \\ 0.172 & -2.045 \\ 0.148 & -2.015 \\ 0.157 & -2.037 \\ 0.15 & -2.029 \\ 0.153 & -2.035 \\ 0.151 & -2.033 \end{pmatrix}$$

Рис.5. Решения системы

На рис. 6 представлен пример программы для реализации метода простых итераций с параметром для решения системы нелинейных уравнений, представленной в предыдущих разделах.

```

x(n,e) :=
  x1_0 ← 0.15
  x2_0 ← -2.0
  t1 ← 1
  t2 ← 1
  for i ∈ 1..n
    |
    x1_i ← x1_0 + t1 · ( x1_0 -  $\frac{\cos(x2_0)}{3}$  - 0.3 )
    x2_i ← x2_0 + t2 · ( x2_0 - sin(x1_0 - 0.6) + 1.6 )
    fl_i ← x1_0 -  $\frac{\cos(x2_0)}{3}$  - 0.3
    f2_i ← x2_0 - sin(x1_0 - 0.6) + 1.6
    a_i ← fl_i + f2_i
    y1_i ← x1_i -  $\frac{\cos(x2_i)}{3}$  - 0.3
    y2_i ← x2_i - sin(x1_i - 0.6) + 1.6
    break if (a_i)2 < e2
  otherwise
    |
    t1 ← 1·t1 if |y1_i| < |fl_i|
    otherwise
      |
      t1 ← -1·t1 if t1 > 0
      t1 ←  $\frac{-t1}{2}$  otherwise
    t2 ← 1·t2 if |y2_i| < |f2_i|
    otherwise
      |
      t2 ← -1·t2 if t2 > 0
      t2 ←  $\frac{-t2}{2}$  otherwise
    x1_0 ← x1_i
    x2_0 ← x2_i
    i ← i + 1
  Q<0> ← x1
  Q<1> ← x2
  Q

```

Рис.6. Программа для решения системы методом
простых итераций с параметром

3. Задание на курсовую работу «Решение систем нелинейных уравнений итерационными методами»

Составить программу для решения системы нелинейных уравнений одним из вышеописанных методов с точностью $\varepsilon=0.001$. Систему уравнений выбрать в соответствии с номером варианта. Выполнить проверку решения вручную, а так же с помощью пакетов Microsoft Excel и MathCAD в соответствии с приведёнными выше примерами.

3.1 Требования к оформлению пояснительной записки

1. Пояснительная записка оформляется с помощью редактора Microsoft Word.

2. Размер бумаги А4 (210х297 мм), печать односторонняя, ориентация книжная; поля : верхнее, нижнее, правое по 2,5 см, левое 3,0 см; колонтитулы: от края колонтитула верхнего 1,25см; нижнего 1,6 см; переплёт 0 см; нумерация внизу страницы, от центра (титульный лист не нумеровать), размер шрифта 10.

3. Шрифт Times New Roman, размер 12; выравнивание для абзаца – по ширине, для заголовка – по центру, отступ первой строки абзаца 1,25 см; межстрочный интервал одинарный; автоматическая расстановка переносов, запрет висячих строк. Размер символов формулы: обычный 12, крупный индекс 7, мелкий индекс 5, крупный символ 18, мелкий символ 12. Размер символов таблицы и блок-схемы 10. Рисунки и подрисуночные подписи по центру, размер символов подписи 10. Размер шрифта оглавление 10, номеров формул -12.

4. Пояснительная записка должна содержать :

- Титульный лист, оформленный в соответствии с образцом (Приложение 1);
- Индивидуальное задание, оформленное в соответствии с образцом (Приложение 2);
- Аннотацию на русском и одном из иностранных языков;
- Оглавление, выполненное автоматически;

- Введение;
- Теоретическую часть работы, содержащую описание применяемого при расчётах метода;
- Проверку условия сходимости для применимости метода по отношению к конкретной системе уравнений;
- Результаты вычислений произведённых вручную и представленные в таблице;
- Решение системы, полученное вручную;
- Результаты вычислений, произведённые средствами MS Excel, в режиме отображения данных и в режиме отображения формул, с объяснением алгоритма вычислений;
- Результаты вычислений с помощью пакета MathCAD , с объяснением порядка вычислений;
- Блок-схему вычислительного процесса;
- Текст файла с входными данными;
- Текст программы, реализующий вычислительный процесс (программа должна содержать достаточное количество комментариев)
- Результат работы программы;
- Заключение;
- Библиографический список.

Варианты заданий

$\begin{cases} \sin x + 2y = 2 \\ \cos(y - 1) + x = 0.7 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">Вариант 1</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 2</p> $\begin{cases} \cos x + y = 1.5 \\ 2x - \sin(y - 0.5) = 1 \end{cases}$
<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> $\begin{cases} \sin(x + 1) - y = 1.2 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> $\begin{cases} \cos(x - 1) + y = 0.5 \\ x - \cos y = 3 \end{cases}$
<p style="text-align: center;">Вариант 5</p> $\begin{cases} \cos(x + 0.5) + y = 0.8 \\ \sin y - 2x = 1.6 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">Вариант 6</p> $\begin{cases} \sin(x + 0.5) - y = 1 \\ \cos(y - 2) + x = 1 \end{cases}$
<p style="text-align: center;">Вариант 7</p> $\begin{cases} \sin(x + 2) - y = 1.5 \\ x + \cos(y - 2) = 0.5 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">Вариант 8</p> $\begin{cases} \sin(x - 1) = 1.3 - y \\ x - \sin(y + 1) = 0.8 \end{cases}$
<p style="text-align: center;">Вариант 9</p> $\begin{cases} \cos(x + 0.5) - y = 2 \\ \sin y - 2x = 1 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">Вариант 10</p> $\begin{cases} 2y - \cos(x + 1) = 1 \\ x + \sin y = -0.4 \end{cases}$
<p style="text-align: center;">Вариант 11</p> $\begin{cases} \sin(y + 1) - x = 1.2 \\ 2y + \cos x = 2 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">Вариант 12</p> $\begin{cases} \cos(y - 1) + x = 0.5 \\ y - \cos x = 3 \end{cases}$

<p>Вариант 13</p> $\begin{cases} \sin(y + 0.5) - x = 1 \\ \cos(x - 2) + y = 1 \end{cases}$	<p>Вариант 14</p> $\begin{cases} \cos y - 2x = 1 \\ \sin(x + 0.5) - 3y = 1 \end{cases}$
<p>Вариант 15</p> $\begin{cases} \sin y + 2x = 2 \\ \cos(x - 1) + y = 0.7 \end{cases}$	<p>Вариант 16</p> $\begin{cases} \cos y + x = 1.5 \\ 2y - \sin(x - 0.5) = 3 \end{cases}$
<p>Вариант 17</p> $\begin{cases} \cos(x - 1) + 1.1y = 0.6 \\ 1.2x + \sin(y - 0.3) = 3 \end{cases}$	<p>Вариант 18</p> $\begin{cases} \cos(x + 1) - y = 0.5 \\ 2x + \cos(y - 1) = 2 \end{cases}$
<p>Вариант 19</p> $\begin{cases} \sin(x + 0.5) + y = 1 \\ \cos(y + 2) - 1.1x = 1 \end{cases}$	<p>Вариант 20</p> $\begin{cases} \cos(x - 0.2) - y = 1.1 \\ \sin y + 3x = 1.3 \end{cases}$
<p>Вариант 21</p> $\begin{cases} \cos(x - 1) + 2y = 0.8 \\ 2x - \sin y = 1 \end{cases}$	<p>Вариант 22</p> $\begin{cases} \sin(x - 1) = 1.3 - y \\ x + \cos(y + 1) = 0.3 \end{cases}$
<p>Вариант 23</p> $\begin{cases} 2y + \cos(x + 1) = 1 \\ x - \sin(y - 3) = 0.4 \end{cases}$	<p>Вариант 24</p> $\begin{cases} \cos x - 3y = 2 \\ \cos(y + 1) - x = 0.6 \end{cases}$
<p>Вариант 25</p> $\begin{cases} \sin(x + 2) - y = 1.5 \\ x + \cos(y + 2) = 0.6 \end{cases}$	<p>Вариант 26</p> $\begin{cases} \cos(x - 0.5) + y = 2 \\ \sin y + 2x = 1 \end{cases}$

<p>Вариант 27</p> $\begin{cases} \cos(y+1) + x = 0.5 \\ y - \cos x = 3 \end{cases}$	<p>Вариант 28</p> $\begin{cases} \sin(y-0.6) + x = 1 \\ \cos(x-2) + 2y = 0.9 \end{cases}$
<p>Вариант 29</p> $\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1.3 \\ 2y + \cos(x-1) = 1 \end{cases}$	<p>Вариант 30</p> $\begin{cases} \sin y - 2x = 2 \\ \cos(x-1) + y = 0.7 \end{cases}$
<p>Вариант 31</p> $\begin{cases} \cos 2x - y = 1 \\ \cos(y+0.5) - x = 0.4 \end{cases}$	<p>Вариант 32</p> $\begin{cases} 2\cos y + x = 1 \\ y - \sin(x-0.5) = 3 \end{cases}$
<p>Вариант 33</p> $\begin{cases} \sin y + 2x = 2 \\ \cos(x-1) + y = 0.7 \end{cases}$	<p>Вариант 34</p> $\begin{cases} \cos(y+1) + 2x = 1 \\ y - \cos 2x = 2 \end{cases}$
<p>Вариант 35</p> $\begin{cases} \cos(x+1) + 2y = 1 \\ \sin 2y + x = 1 \end{cases}$	<p>Вариант 36</p> $\begin{cases} \sin(x+1) = 1.5 - y \\ x - \cos(y+1) = 0.8 \end{cases}$

Библиографический список

1. *Тарасов В.Н.* Численные методы. Теория, алгоритмы, программы / *В.Н.Тарасов, Н.Ф. Бахарева.* Оренбург: ИПК ОГУ. 2008. 264 с.
2. *Бахвалов Н.С.* Численные методы. 3-е изд. /*Н.С. Бахвалов., Н.П. Жидков. Г.М. Кобельников.* М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2009. 632 с.
3. *Данко П.Е.* Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2 Т. учеб. пособ. М.: Высшая. школа. 2008 г. 184 с.
4. *Протасов И.Д.* Лекции по вычислительной математике: учеб. пособ. М.: Гелиос АРВ. 2009. 309 с.
5. *Маховиков А.Б., Кротова С.Ю., Пивоварова И.И.* Информатика. Решение систем нелинейных уравнений методом простых итераций: Методические указания для выполнения курсовой работы. Санкт-Петербург: РИЦ СПбГУ. 2018. 40 с.

Приложение 1

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра информатики и компьютерных технологий

КУРСОВАЯ РАБОТА

По дисциплине Информатика
(наименование дисциплины согласно учебному плану)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Тема работы: Решение систем нелинейных уравнений итерационными методами

Автор студент гр. _____
(подпись) (Ф.И.О.)

Дата _____

Оценка _____

Проверил: _____
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Санкт-Петербург
20____

Приложение 2

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой

(подпись) (Ф.И.О.)
_____ 20__ г.

Кафедра информатики и компьютерных технологий

КУРСОВАЯ РАБОТА

По дисциплине Информатика
(наименование дисциплины согласно учебному плану)

ЗАДАНИЕ

Студенту группы _____
(шифр группы) (Ф.И.О.)

1. Тема
работы _____

2. Исходные данные к работе _____

3. Содержание пояснительной записки _____

4. Перечень графического материала _____

5. Срок сдачи законченной работы _____

Руководитель работы _____
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Дата выдачи задания _____ 20__ г.

Содержание

Введение.....	1
1. Метод простых итераций.....	4
1.1. Общие сведения.....	4
1.2. Алгоритм метода простых итераций.	5
1.3. Пример решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций.....	6
1.4. Решение нелинейных систем уравнений методом простых итераций средствами MS Excel.	13
1.5. Решение системы нелинейных уравнений методом простых итераций средствами пакета Mathcad.....	14
2. Метод простых итераций с параметром.....	16
2.1. Алгоритм метода простых итераций с параметром.	16
2.2. Пример решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром.....	17
2.3. Решение нелинейных систем уравнений методом простых итераций с параметром средствами MS Excel.	26
2.4. Решение системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром средствами пакета Mathcad.....	29
3. Задание на курсовую работу «Решение систем нелинейных уравнений итерационными методами»	32
3.1. Требования к оформлению пояснительной записки.....	32
Варианты заданий.....	34
Библиографический список.....	37
Приложение 1	38
Приложение 2	39