

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего профессионального образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА

Введение в анализ. Техника дифференцирования.
*методические указания для самостоятельной
работы студентов бакалавриата*

Санкт-Петербург

2019

УДК 517.1+517.2(075.8)
ББК 22.161+22.171+22.172
М34

Авторы: Л.И. Гончар, И.А. Лебедев, М.В.Максименко

Самостоятельные работы по математике. Введение в анализ.
Техника дифференцирования: Методические указания для самостоятельной работы/ Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: Л.И. Гончар, И.А.Лебедев, М.В.Максименко СПб. 2019. 35с.

Методические указания содержат задания для индивидуальной самостоятельной работы студентов технических специальностей бакалавриата по указанным разделам курса высшей математики первого семестра.

Библиогр.: 5 назв.

Научный редактор проф. А.П.Господариков

© Санкт-Петербургский
горный
университет, 2019

Введение

Задания для индивидуальной самостоятельной работы студентов-бакалавров содержат по 30 вариантов для каждого из двух разделов курса высшей математики первого семестра: введение в анализ, техника дифференцирования.

Задания предназначены для использования во время практических занятий при разборе соответствующих разделов и подготовке к написанию контрольных и самостоятельных работ, сдаче коллоквиумов и экзаменов.

Эти индивидуальные задания разбираются и решаются самостоятельно каждым студентом во время практических занятий с использованием лекционного материала при непосредственной консультационной поддержке преподавателя. Разбор и решение этих заданий позволяет студентам уяснить и освоить основные понятия и методы указанных разделов курса высшей математики.

Такая индивидуальная самостоятельная работа позволяет продуктивно использовать аудиторное время практических занятий для каждого студента.

**Варианты самостоятельных работ по теме
« Введение в анализ».**

Вариант 1

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x}{3x^3 - x^2 + 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 5x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + x^2}{x^2 + 4x + 4}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{x \operatorname{tg} 2x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(3+x) - \ln 2}{e^2 - e^{3+x}}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-1} \right)^{4x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{3x+4} \right)^{2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x - 3 & \text{при } x \leq 1; \\ \lg(x-1) & \text{при } 1 < x \leq 3; \\ 2^{x-2} & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Вариант 2

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - x}{5x^4 + x^3 - 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x} - x \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\operatorname{tg} 2x^2}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4^2 - 4^{3+x/2}}{\ln(4+x) - \ln 2}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 1} \right)^x$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x - 1}{2x + 3} \right)^{3x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 2^x & \text{при } x \leq -1; \\ \lg(x+1) & \text{при } -1 < x \leq 2; \\ x^2 + 3x + 2 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Вариант3

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - x^2 + 1}{3x^5 + x}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \left(x - \sqrt{x^2 + 2} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 + 4x + 4}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - 1}{x \operatorname{tg} 3x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln 3 - \ln(4 + x)}{e - e^{x+2}}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 1}{5x + 4} \right)^{2x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x + 1}{2x - 1} \right)^{-2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 2^x & \text{при } x \leq -1; \\ \lg(x + 1) & \text{при } -1 < x \leq 2; \\ x^2 + 3x + 2 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Вариант4

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x^2 - 1}{4x^3 + x^2 + 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 3x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^4}{x^2 - 2x + 1}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x+3) - \ln 6}{e^{x-2} - e}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{-x^2}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{3x-2} \right)^{3x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & \text{при } x \leq 2; \\ \lg(x-2) & \text{при } 2 < x \leq 4; \\ 4^{x-3} & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Вариант 5

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - x}{3x^4 + x^3 + 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 2x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + 8x + 16}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x-1} - e^2}{\ln 3 - \ln x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos 3x}}{x \operatorname{tg} 4x}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x+5} \right)^{3x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x-1}{3x+1} \right)^{2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(2-x) & \text{при } x < 2; \\ x^2 - x - 6 & \text{при } 2 \leq x \leq 3; \\ 3^{x-2} & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Вариант6

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 1}{5x^3 - x}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 4x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 9x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x+3) - \ln 2}{e^3 - e^{4+x}}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+5} \right)^{-2x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x-1}{3x+1} \right)^{-3x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + x - 2 & \text{при } x \leq -1; \\ \lg(x+1) & \text{при } -1 < x < 2; \\ 2^{x-2} & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

Вариант 7

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^3 - 1}{2x^4 + x^2 - 31}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - 3x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 8x + 16}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln x - \ln 2}{e^{x-1} - e}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - 1}{x \operatorname{tg} 4x}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x} \right)^{-x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x - 1}{3x + 1} \right)^{3x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & \text{при } x \leq 0; \\ \lg x & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 4^x & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Вариант8

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x + 1}{4x^5 + x^2 - 2}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(x - \sqrt{x^2 + 4} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 10x + 25}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x-2} - e}{\ln(x+1) - \ln 4}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{\operatorname{tg} x^2}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 1}{5x + 2} \right)^x$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x - 1}{3x + 2} \right)^{-2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(3 - x) & \text{при } x < 3; \\ x^2 - 3x + 2 & \text{при } 3 \leq x \leq 4; \\ 2^{x-4} & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Вариант9

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2}{4x^3 + x - 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - 3x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 6x + 9}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - 1}{x \operatorname{tg} 4x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^x - e^{-1}}{\ln(3+x) - \ln 2}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)^{2x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+2}{2x-1} \right)^{-2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & \text{при } x \leq 1; \\ \lg(3-x) & \text{при } 1 < x \leq 3; \\ 3^{x-2} & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Вариант 10

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - x^2}{3x^5 + x - 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(x - \sqrt{x^2 + 3} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 4x + 4}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{x}{2} - 1}{x \cdot \sin 2x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x - e^{-3}}{\ln 2 - \ln(5 + x)}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x+3} \right)^{-2x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x+1}{4x+2} \right)^x$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 3^x & \text{при } x \leq 1; \\ \lg(4 - x) & \text{при } 1 < x < 4; \\ -x^2 + 4x & \text{при } x \geq 4. \end{cases}$$

Вариант 11

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + x^2 - 1}{5x^3 - x + 2}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 3x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 4x + 4}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(2+x) - \ln 2}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - 1}{x \cdot \operatorname{tg} 5x}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{3x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-1}{4x+1} \right)^x$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - 3x - 4 & \text{при } x < 3; \\ 2^{x-4} & \text{при } 3 \leq x \leq 4; \\ \lg(x-4) & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Вариант 12

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - x^2}{3x^4 + x^3 - 3}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 5x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + x^2}{x^2 + 4x + 4}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{x}{2} - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2+x) - \ln 3}{e^2 - e^{x+1}}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+1} \right)^{-x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x+1}{5x-1} \right)^{2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + x - 6 & \text{при } x \leq 2; \\ \lg(5-x) & \text{при } 2 < x < 5; \\ 4^{x-4} & \text{при } x \geq 5. \end{cases}$$

Вариант 13

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^4 - x^3 + 4}{5x^4 + x - 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt{x^2 + 8})$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{-1} - e^{x-3}}{\ln(x+1) - \ln 3}$

4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 2x + 1}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x+4} \right)^x$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-1}{4x+3} \right)^{2x}$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 3^x & \text{при } x \leq 0; \\ x^2 - 4x + 4 & \text{при } 0 < x \leq 3; \\ \lg(x-3) & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Вариант 14

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - x^2 + 2}{3x^3 - x}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - x} \right)$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{x}{3} - 1}{x \operatorname{tg} 2x}$

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x+3) - \ln 2}{2^{-x} - 2}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{3x}$

7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2 - 1}{5x^2 + 1} \right)^{2x}$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(1-x) & \text{при } x < 1; \\ x^2 + 3x - 4 & \text{при } 1 \leq x \leq 2; \\ 2^{x-2} & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Вариант 15

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 - x^4}{2x^6 + x^3 - 3}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt{x^2 - 3})$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\ln(x+1) - \ln 2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 8x + 16}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \operatorname{tg} 4x}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+4} \right)^x$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-1}{3x+2} \right)^{2x}$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 4x - x^2 & \text{при } x \leq 2; \\ \lg(4-x) & \text{при } 2 < x < 4; \\ 2^{x-3} & \text{при } x \geq 4. \end{cases}$$

Вариант 16

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - x^2 + x}{3x^3 + 5}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x} \right)$
3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2 - 6x + 9}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln x - \ln 2}{e^{3x-8} - e^{-2}}$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+5} \right)^{2x}$
7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x+3}{4x-1} \right)^{3x}$
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(2-x) & \text{при } x < 2; \\ 3x - x^2 & \text{при } 2 \leq x \leq 3; \\ 3^{x-2} & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Вариант 17

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2}{6x^3 + 2x - 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1} \right)$

3. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^4 - 16x^2}{x^2 + 8x + 16}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{x}{4}\right) - 1}{\operatorname{tg} 2x^2}$

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{2x-5} - e^{-1}}{\ln 2 - \ln x}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 2}{4x + 4} \right)^{3x}$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x - 1}{5x + 2} \right)^{2x}$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x - x^2 & \text{при } x \leq 2; \\ \lg(3 - x) & \text{при } 2 < x < 3; \\ 2^{x-4} & \text{при } x \geq 3. \end{cases}$$

Вариант 18

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - x^3}{3x^4 + x - 2}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt{x^2 + 3})$

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{x^2 - 6x + 8}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 9x - 1}{x \operatorname{tg} 5x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{4-x} - e^2}{\ln(x+1) - \ln 3}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{2x}$

7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x-1}{2x+3} \right)^{-x}$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{при } x < 1; \\ 4^x & \text{при } 1 \leq x \leq 2; \\ \lg(x-2) & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Вариант 19

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x + 1}{3x^2 - 8}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{x^2 - 7} - \sqrt{x^2 + 2} \right)$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 2x - 16}{x^2 - 4x + 4}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\operatorname{tg} 2x^2}$

5. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x+7) - \ln 11}{e^{3x-7} - e^5}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+4}{2x+7} \right)^x$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 - 1}{4x^2 + 1} \right)^{2x}$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 2^{x-1} & \text{при } x \leq 1; \\ \lg(4 - 2x) & \text{при } 1 < x < 2; \\ x^2 - 2x - 8 & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

Вариант 20

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x}{6x^3 + x^2 + 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 4x} \right)$

3. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 4x^2}{2x^2 + 16x + 32}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{\operatorname{tg} 4x^2}$

5. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x+1) - \ln 5}{e^{1-3x} - e^{-11}}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x+6} \right)^{-2x}$

7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x+1}{4x-1} \right)^{3x}$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x - 8 & \text{при } x < 2; \\ \lg(3-x) & \text{при } 2 \leq x < 3; \\ 3^{x-3} & \text{при } x \geq 3. \end{cases}$$

Вариант 21

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x + 1}{4x^3 + x^2}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 10} - x)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^3 - 7x^2}{x^2 - 14x + 49}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x \operatorname{tg} 6x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln 4 - \ln x}{e^{1-2x} - e^{-7}}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 1}{3x + 2} \right)^{3x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x - 1}{3x + 2} \right)^{-x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & \text{при } x \leq 3; \\ \lg(5 - x) & \text{при } 3 < x < 5; \\ 2^{x-4} & \text{при } x \geq 5. \end{cases}$$

Вариант 22

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - x + 1}{3x^5 + x^3}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{4x^2 + 1} - 2x \right)$
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 - 2x^2}{3x^2 + 6x + 3}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1}{\operatorname{tg} 5x^2}$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{3x-9} - e^{-3}}{\lg x - \lg 2}$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+8} \right)^x$
7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2 - 1}{2x^2 + 1} \right)^{2x}$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(-1-x) & \text{при } x < -1; \\ x - x^2 & \text{при } -1 \leq x \leq 2; \\ 3^{x-1} & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Вариант 23

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2 + 1}{4x^3 + 2}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{2x^2 + 4} - \sqrt{2x^2 - 2} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{2x^2 - 12x + 18}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{e^3 - e^{3x-9}}{\ln(x+2) - \ln 6}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5}{x^2 + 8} \right)^{-x^2}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x - 1}{3x + 2} \right)^{2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - \frac{5}{2}x + 1 & \text{при } x \leq 2; \\ \lg(3-x) & \text{при } 2 < x < 3; \\ 2^{x-4} & \text{при } x \geq 3. \end{cases}$$

Вариант 24

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^3 + 1}{4x^5 + x^2 + x}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{2x^2 - x} - \sqrt{2x^2 - 4x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{6x^3 - 24x}{5x^2 + 20x + 20}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{x}{5}\right) - 1}{x \operatorname{tg} 6x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x+1} - 3^2}{\ln(3-x) - \ln 2}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-4}{x+3} \right)^x$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+1}{4x+2} \right)^{-2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(-2-x) & \text{при } x < -2; \\ -3x - x^2 & \text{при } -2 \leq x \leq 1; \\ 3^x & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Вариант 25

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - x^2}{5x^3 - x + 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 2x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + 8x + 16}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos\left(\frac{x}{4}\right)}{\operatorname{tg} 4x^2}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x-1} - e^2}{\lg x - \lg 3}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x+5} \right)^{3x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x-1}{3x+1} \right)^{2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{при } x \leq 1; \\ \lg(2-x) & \text{при } 1 < x < 2; \\ 4^{x-2} & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

Вариант 26

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + x^4 - 2}{4x^5 - x + 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt{x^2 + 4})$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{4x^2 - 24x + 36}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \operatorname{tg} 2x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x+1) - \ln 3}{4^2 - 4^x}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x+1}{8x+8} \right)^x$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x+1}{3x-1} \right)^{2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 3x - x^2 & \text{при } x \leq 3; \\ \lg(x-3) & \text{при } 3 < x \leq 4; \\ 2^{x-3} & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Вариант 27

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x}{3x^3 + x^2 - 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 4x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \operatorname{tg} 3x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\lg(x+3) - \lg 2}{e^{3+x} - e^2}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+3} \right)^x$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{3x+4} \right)^{2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(-3-x) & \text{при } x < -3; \\ x^2 - 4x - 5 & \text{при } -3 \leq x \leq 4; \\ 3^{4-x} & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Вариант 28

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x}{6x^4 + x^2 - 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x} - x \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\operatorname{tg} x^2}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4^{\frac{3+x}{2}} - 4^2}{\ln(x+4) - \ln 2}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)^x$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x-1}{2x+5} \right)^{2x}$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x - 5 & \text{при } x \leq 0; \\ \lg(1-x) & \text{при } 0 < x < 1; \\ 5^{1-x} & \text{при } x \geq 1. \end{cases}$$

Вариант 29

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x - 1}{4x^3 + x^2 + 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - x} \right)$

3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^4}{x^2 + 2x + 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$

5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\lg(x+3) - \lg 6}{e^{x-1} - e^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 + 3} \right)^{-x^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-1}{3x+2} \right)^{2x}$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{при } x < -1; \\ 3^{x+1} & \text{при } -1 \leq x \leq 0; \\ \lg x & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

Вариант 30

1.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - x}{3x^4 + x^3 + 1}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 3x} \right)$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 4x^2}{x^2 - 8x + 16}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos 3x}}{x \operatorname{tg} 4x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{x-1} - 2^2}{\ln 3 - \ln x}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+4} \right)^{2x}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x+1}{3x+2} \right)^x$$

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 9 - x^2 & \text{при } x \leq 3; \\ \lg(4 - x) & \text{при } 3 < x < 4; \\ 2^{x-5} & \text{при } x \geq 4. \end{cases}$$

**Варианты самостоятельных работ по теме
«Техника дифференцирования»**

**РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ
СПИСОК**

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах /П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевников.-М.: Высшая школа, 2009. Ч1,2.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. Пособие для втузов. В 2 т.-М.: Интеграл-Пресс, 2009, Т.1,2.
3. Щипачев В.С. Высшая математика.-М.: Высшая школа, 2005.
4. Математический практикум. Часть 3.Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Дифференциальное исчисление функции многих переменных. Учебно-методическое пособие/А.П. Господариков и др.; Санкт-Петербургский горный институт. СПб, 2010.
- 5.Математический практикум. Часть 4. Дифференциальные уравнения. Ряды. Ряды Фурье. Интегральное исчисление функции многих переменных. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: Учебно-методическое пособие/А.П. Господариков и др.; Санкт-Петербургский горный институт. СПб, 2010.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Варианты самостоятельных работ по теме «Введение в анализ».	4
2. Варианты самостоятельных работ по теме «Техника дифференцирования».	19
3. Список литературы	34

Математика.

Введение в анализ. Техника дифференцирования:
*методические указания для самостоятельной
работы студентов бакалавриата*

Авторы: Л.И. Гончар, И.А. Лебедев, М.В.Максименко

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой
высшей математики.
Ответственный за выпуск

Лицензия ИД №06517 от 09.01.2002

Подписано к печати ... Формат 60×84/16

Бум. Для копировальной техники. Отпечатано на ризографе.

Усл. Печ. Л. 2, 1л. кр.-отт. 1.3. Уч.-изд. л. 0.8 тираж 60экз. Заказ ... С.

Санкт-Петербургский горный университет

РИЦ Санкт-Петербургского горного университета

Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я
линия, 2